Matheris : pag. 143.

Math Un 110-5

Mathesis: Systemata & methodi 143.

R

Fünftes Buch.

Elemente der optischen Wissenschaften.

1. Die Optik.

2. Die Dioptrik.

3. Die Katoptrik.

Erster Abschnitt.

Die Optik.

1. Von den allgemeinen Gesetzen des Sehens.
2. Von den Projectionen, oder die Perspectiv.

Erstes Kapitel.

Von den allgemeinen Gesetzen des Sehens.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

I. Grundbegriffe.

§. 1.

Ein leuchtender Punkt schickt nach allen Seiten Lichtstrahlen aus, wodurch sich ein kugelförmiger Raum bilden läßt, den man eine Strahlenkugel nennt, dessen Mittelpunkt der leuchtende Punkt, und dessen Halbmesser die Lichtstrahlen sind. Wird ein Theil dieser Lichtstrahlen mit einer geradlinichten oder kreisförmigen Ebene aufgefangen: so bildet sich III. §. 192. 194. ein Pyramiden- oder kegelförmiger Raum, den man eine Strahlenpyramide, oder einen Strahlenkegel nennt. Die Axe dieses Raums heißt der Hauptstrahl.

Zusatz. Je kleiner die Ebene, und je weiter der leuchtende Punkt, desto kleiner wird der Winkel, den die darauf fallenden Strahlen einschließen, welche zuletzt als parallel

parallel angesehen werden können, und daher ein Strahlenprisma, oder einen Strahlencylinder bilden.

§. 2.

Die Größe der Erleuchtung einer Fläche beruhet theils auf der Stärke, theils auf der Menge des Lichts; daher, bey einerley Stärke des Lichts, III. §. 193. 195. die Größen der Erleuchtung sich umgekehrt, wie die Quadrate der Entfernungen der Ebenen vom leuchtenden Punkte verhalten.

§. 3.

Fällt das Licht von mehrern entfernten leuchtenden Punkten durch eine kleine kreisförmige Oefnung in ein verfinstertes Zimmer, und wird mittelst einer weißen Ebene aufgefangen: so erscheinen auf dieser Ebene die Bilder der leuchtenden Punkte in umgekehrter Ordnung, und zwar desto kleiner und heller, je mehr man die Ebene der kleinen Oefnung nähert.

Von jedem leuchtenden Punkte fällt durch die Oefnung ein Strahlenkegel auf die Ebene, und bildet einen Kreis, der, je weiter der Gegenstand, und je näher die Ebene der Oefnung, desto kleiner und heller ist, und endlich fast in einen Punkt übergehet, der gleichsam nur von einem starken Hauptstrahle entsteht, und das Bild des strahlenden Punktes ist. Indem nun von allen leuchtenden Punkten eines Gegenstandes, z. E. eines Hauses oder Baumes, solche Bilder auf der weißen Ebene, jedes von den übrigen abgesondert, erscheinen, so erscheint das Bild des ganzen Gegenstandes ungemein helle und deutlich. Da aber die Hauptstrahlen der leuchtenden Punkte in der kleinen Oefnung einander schneiden, so gehet der Strahl eines untern Punktes hinauf, eines obern herab,

der Strahl eines Punktes zur Rechten links, eines zur Linken rechts; daher das ganze Bild des Gegenstandes auf der weißen Ebene verkehrt erscheint, um desto kleiner, je näher es der Oefnung ist. Rückt man die weiße Ebene weiter ab: so wird das Bild zwar größer aber undeutlicher. Denn alsdenn werden die Kreise, die der Strahlenkegel eines jeden leuchtenden Punktes auf der Ebene bildet, größer und dunkler, und laufen in einander, so daß das Licht von mehrern strahlenden Punkten auf einen Ort trift, und das Bild undeutlich macht. Eben dies würde auch geschehen, wenn die Oefnung größer, oder wenn das Zimmer nicht verfinstert wäre; weil alsdenn das fremde Licht, das hinzuströmte, alle Bilder verwischen würde.

Anmerkung. Unser Auge ist inwendig hohl und dunkel, wie ein verfinstertes Zimmer, hat vorn eine kreisförmige Oefnung, welche der Stern heißt, und schließt sich hinten mit einer feinen Haut, der Netzhaut, auf welcher die Lichtstrahlen, die von den Gegenständen durch den Stern ins Auge fallen, verkehrte und kleine, aber helle und deutliche Bilder von den Gegenständen formiren, die uns hiedurch sichtbar werden.

§. 4.

Selbst leuchtende Körper werden durch ihr eigenes Licht; dunkle aber durch fremdes Licht sichtbar. Jene leuchten; diese werden erleuchtet, und strahlen alsdenn mit dem erhaltnen fremden Lichte, nach eben den Gesetzen, als wenn solches ihr eigenes wäre. Durchsichtige Körper lassen das Licht durchgehen; undurchsichtige aber nicht, sondern schicken es zurück.

Zusatz. Kein Körper ist vollkommen durchsichtig, so daß er alles Licht durchließe; denn schickte ein durchsichtiger

tiger Körper nicht einen Theil des Lichts zurück, so würden wir ihn selbst nicht sehen können.

§. 5.

Wir sehen die Gegenstände entweder unmittelbar, oder durch Gläser, oder in Spiegeln; das ist, indem die Lichtstrahlen von den Gegenständen entweder gerade zu in unser Auge kommen, oder beym Durchgange durch das Glas in eine andre Richtung gebracht, das heißt, gebrochen werden, oder beym Einfallen auf die polirte Oberfläche eines undurchsichtigen Körpers zurückprallen, das heißt, reflectirt werden. Daher entstehen die drey Theile der optischen Wissenschaften: die **Optik**, **Dioptrik**, und **Katoptrik**.

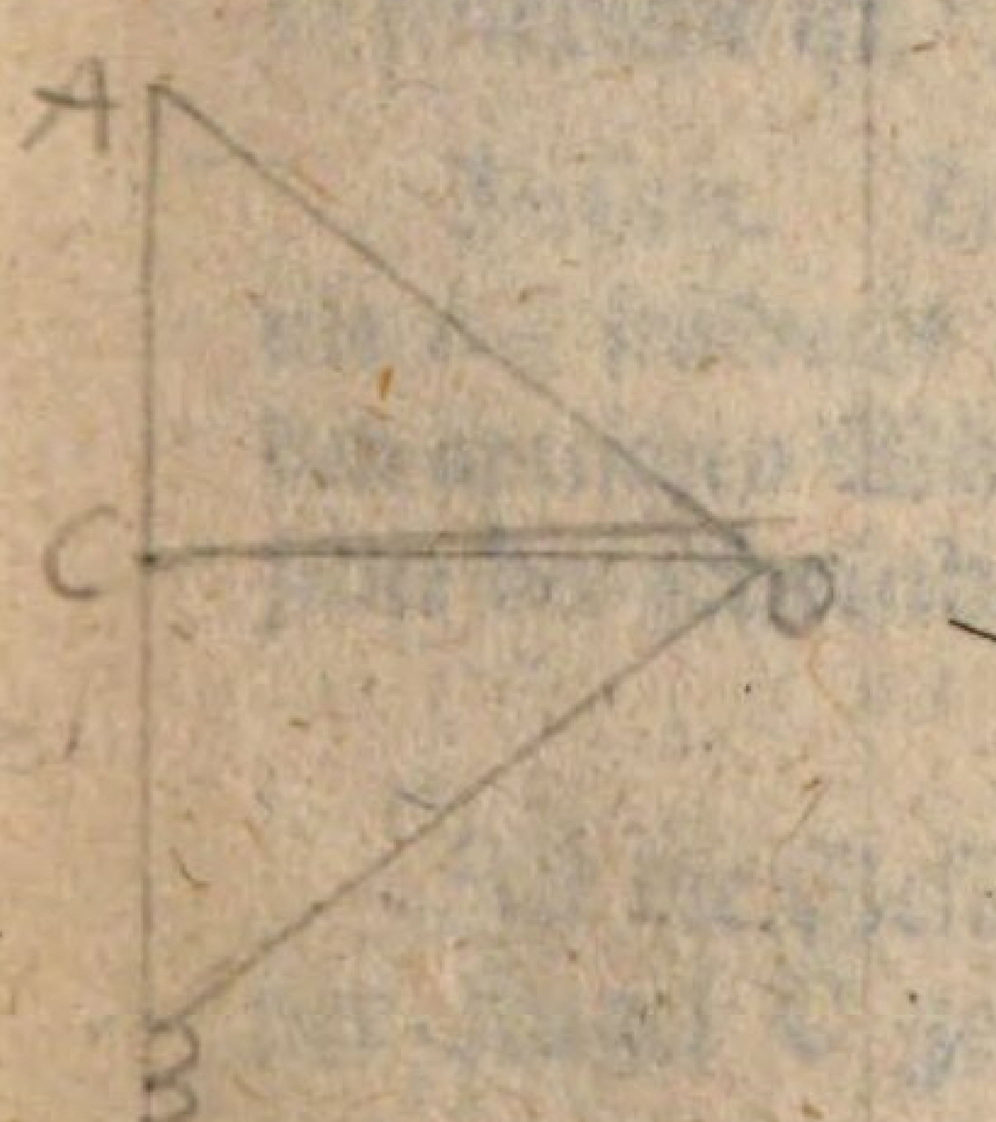
Anmerkung. Alles Licht, was in unser Auge kommt, gehet durch die Luft, und wird gebrochen; aber in der Optik abstrahirt man noch von dieser Brechung, und nimmt an, daß das Licht in ungeänderter Richtung vom Gegenstande ins Auge komme.

II. Scheinbare Größe und Gestalt der Gegenstände.

§. 6.

Der optische **Winkel**, oder **Sehewinkel**, ist der Winkel AOB, welchen die Hauptstrahlen AO, BO, die von den beyden äußersten Punkten eines Gegenstandes AB in den Mittelpunkt des Augensterns O fallen, daselbst einschliessen; und heißt auch die scheinbare Größe, oder der scheinbare Durchmesser des Gegenstandes, in so fern er der Winkel ist, unter welchem die wirkliche Größe, oder der wirkliche Durchmesser des Gegenstandes dem Auge erscheint. Fig. 117.

Zusatz.


A
C
B

Zusatz. 1. Da wir nach der Größe des Sehewinkels die Größe des Gegenstandes schätzen; so erscheint ein Object dem Auge, je näher es ist, desto größer; weil der optische Winkel alsdenn desto größer wird. Nur in dem Falle, wenn das Auge in einem Kreisbogen bleibt, erscheint eine dazu gehörige Sehne überall gleich groß, weil alsdenn alle optische Winkel Peripheriewinkel sind, die auf einerley Bogen stehen, und III. §. 86. einander gleich sind.

2. Nimmt der optische Winkel bey größerer Entfernung des Gegenstandes vom Auge ab: so erscheint der Gegenstand dem Auge immer kleiner. Daher kommt es, daß eine Allee, je länger sie ist, desto mehr zusammenzulaufen scheint, und daß die gleich hohen Bäume, je weiter sie entfernt sind, desto niedriger erscheinen; desgleichen, daß die Oberfläche der offenbaren See sich zu heben, und daß hohe Gebäude vorwärts überzuhängen scheinen, weil der scheinbare Abstand entfernter Punkte von einer geraden Linie, die durch das Auge mit der betrachteten Fläche parallel gezogen wird, abzunehmen scheint.

Anmerkung. Die scheinbare Größe, in deren Beurtheilung unsre Seele sich sehr nach der Helligkeit der Objecte richtet, nehmen wir bloß geometrisch nach dem Sehewinkel.

§. 7.

Die Gesichtsaxe ist eine gerade Linie OC, welche auf der Ebene des Augensterns in seinem Mittelpunkte O senkrecht ist. Fig. 117.

Zusatz. Trifft die Gesichtsaxe OC eine gerade Linie AB senkrecht in ihrer Mitte: so theilt sie III. §. 14. den optischen Winkel AOB in zwey gleiche Theile, deren jeder der scheinbare Halbmesser des Objects ist.

§. 8.

Ist die Gesichtsaxe OC gegen den Mittelpunkt einer Kugel C gerichtet: so verhält sich der wirkliche Ab-

Abstand der Kugel OC, zum wirklichen Halbmesser CA, wie der Sinustotus zum Sinus des scheinbaren Halbmessers AOC. Fig. 118.

Ist OA eine Tangente, welche die Kugel in A trift: so ist A der äußerste Punkt, der einen Strahlenkegel ins Auge sendet, und AO der Hauptstrahl, folglich AOC der scheinbare Halbmesser der Kugel, deren wirklicher Halbmesser CA ist. Da nun OAC ein rechter Winkel: so ist IV. §. 47. OC : CA = sin. tot. : sin. AOC.

Zusatz. 1. Sind von den 3 Größen OC, CA, AOC, 2 gegeben: so läßt sich allemal die dritte finden.

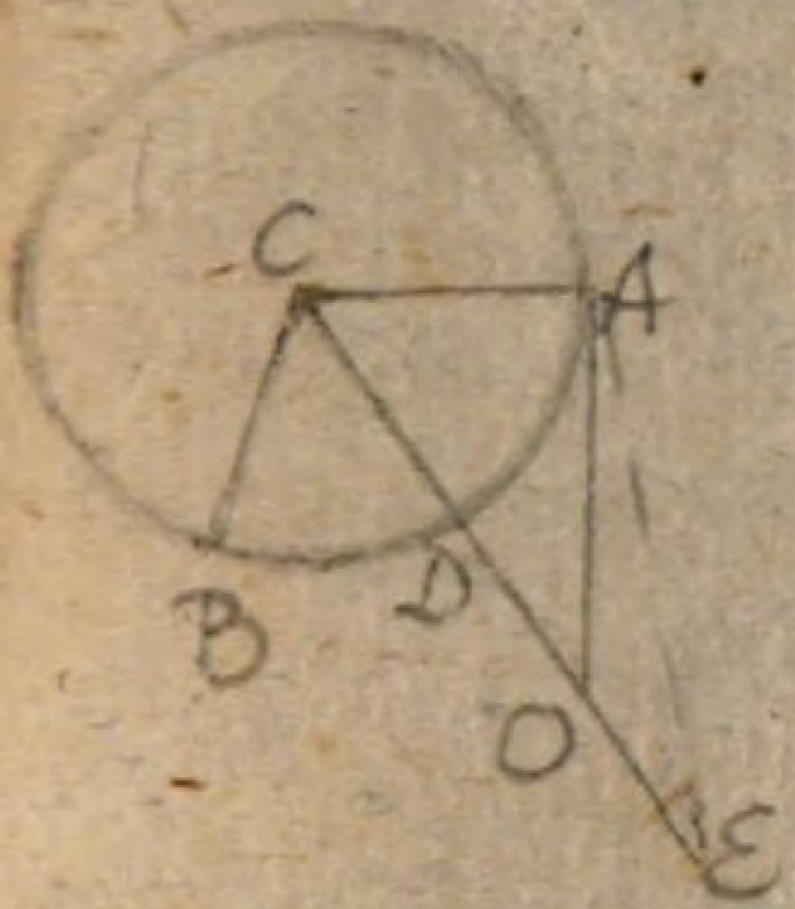
2. Die Sinus der scheinbaren Halbmesser einer vom Auge ungleich entfernten Kugel, sind in umgekehrter Verhältniß der Entfernungen.

Denn für die Entfernung OC, ist $\text{sin. AOC} = \frac{\text{CA. sin. tot}}{\text{OC}}$, und für die Entfernung EC, ist sin. AEC $= \frac{\text{CA. sin. tot}}{\text{EC}}$; folglich $\text{sin. AOC} : \text{sin. AEC} = \frac{1}{\text{OC}} : \frac{1}{\text{EC}}$ $= \text{EC} : \text{OC}$.

3. Der Bogen AD, oder der Winkel ACD, ergänzt den scheinbaren Halbmesser AOC zu einem rechten Winkel. Daher ist das Segment der Kugel ADB, welches das Auge auf einmal übersehen kann, jederzeit kleiner, als die Halbkugel; und zwar desto kleiner, je größer der Sehewinkel, das ist, je näher die Kugel dem Auge ist.

4. Wäre CA der Halbmesser eines Cirkels, auf welchem die Gesichtsaxe OC im Mittelpunkte C senkrecht ist: so ist OCA ein rechter Winkel, folglich OC : CA = sin. tot : tang. AOC. Alsdenn sind (wie Zus. 2.) die Tangenten der scheinbaren Halbmesser eines vom Auge ungleich entfernten Cirkels in umgekehrter Verhältniß der Entfernungen.

5. Ist


C
A
B
D
O
E

A
C
O
119
B

5. Ist der wirkliche Halbmesser eines Gegenstandes, im Vergleich mit seinen Entfernungen, folglich auch die optischen Winkel, sehr klein: so sind die scheinbaren Halbmesser in umgekehrter Verhältniß der Entfernungen; weil man bey sehr kleinen Winkeln, anstatt der Sinus und Tangenten, die Winkel selbst setzen kann, IV. §. 19. 46. (Wie weit dieses statt finde, wird §. 4. der Dioptrik gezeigt werden.)

§. 9.

Für das deutliche Sehen ist der gröste optische Winkel einem rechten Winkel; der kleinste aber einem Winkel von einer Minute gleich.

Es sey Fig. 119. AB ein Gegenstand, der dem Auge unter einem rechten Winkel AOB erscheint, welchen die Gesichtsaxe OC halbirt: so lehrt die Erfahrung, daß zwar die Stelle C, wohin die Gesichtsaxe trift, am deutlichsten, und von den übrigen diejenigen desto deutlicher erscheinen, je näher sie der Gesichtsaxe liegen; daß aber auch noch alle Stellen, die bis zu einem Winkel von 45 Grad zu beyden Seiten der Gesichtsaxe liegen, deutlich sich darstellen, und daß hingegen alles übrige, was über diese Grenze sich erstrecket, undeutlich werde; daß wir daher von einer Sache auf einmahl nicht mehr deutlich übersehen können, als was unter einem rechten Winkel enthalten ist.

Ferner haben Versuche gelehrt, daß Personen mit scharfen Gesichte, einen Gegenstand nicht mehr sehen konnten, wenn seine Entfernung vom Auge 5000 mahl größer, als sein Durchmesser, folglich sein Halbmesser $\frac{1}{10000}$ oder 0,0001 seiner Entfernung, folglich der halbe optische Winkel nur etwas kleiner als $\frac{1}{2}$ Minute ward,

weil tang. $\frac{1}{2}'$ = 0,0001451 ist; so daß also Gegenstände unter einem Winkel, der kleiner als eine Minute ist, sich unserm Gesichte entziehen. Doch sind hievon sehr stark glänzende Objecte ausgenommen, dergleichen die Fixsterne sind, die unter einem Sehewinkel, der nicht über eine Secunde beträgt, als helle Punkte erscheinen.

Zusatz. 1. Die Natur lehrt uns, wenn wir ein Object ganz übersehen wollen, daß wir die Gesichtsaxe gegen die Mitte desselben richten; und, wenn wir das Object theilweise untersuchen, daß wir die Gesichtsaxe nach jedem Theile besonders wenden.

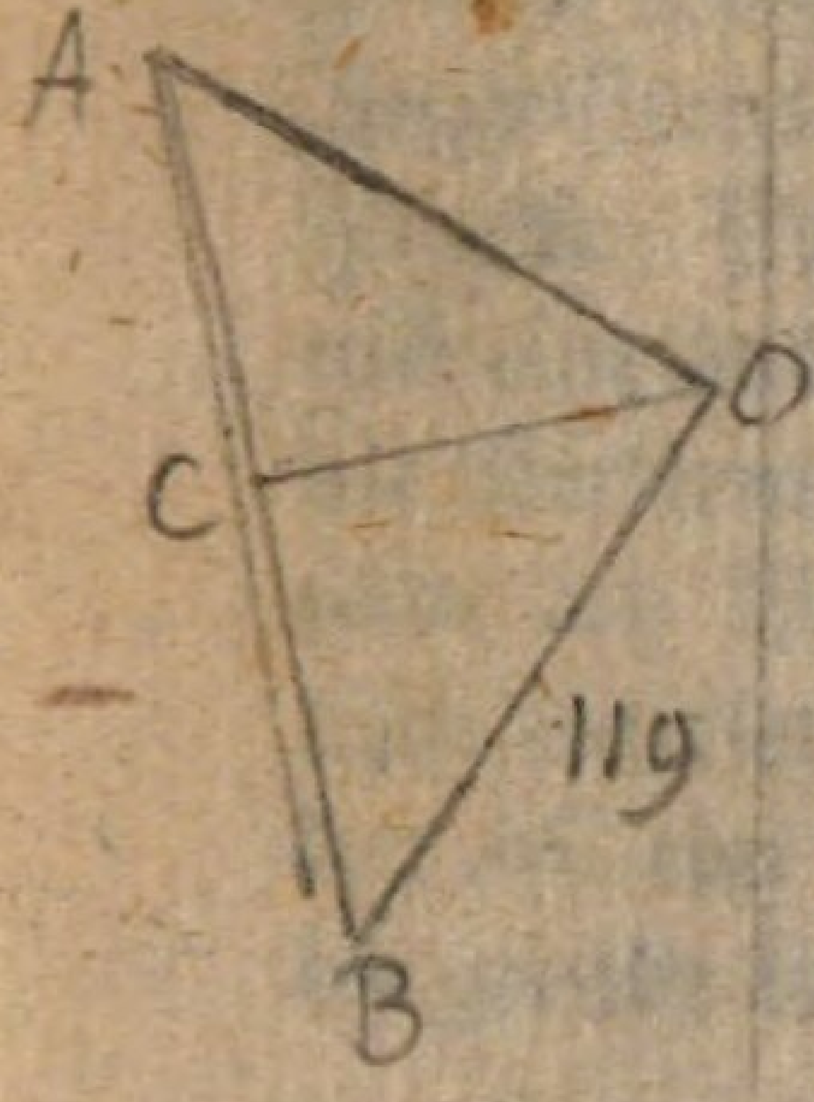
2. Eine Allee, die 5000 mahl länger als breit wäre, würde dem Auge am Ende geschlossen scheinen. Eine Ebene, würde sich in einer Weite, die 5000 mahl mehr, als die Erhöhung des Auges über der Ebene betrüge, §. 6. Zus. 2. bis zur Höhe des Auges erheben; und alles, was in der Ebene über solcher Weite hinaus läge, dem Auge in eben der Weite erscheinen. Diese Weite wäre demnach der Halbmesser eines Kreises, des Gesichtskreises, oder Horizonts, welcher die Ebene, so weit solche das Auge nach allen Seiten übersehen kann, einschlösse. Da aber die Oberfläche der Erde nicht eben, sondern gekrümmt ist: so wird der Halbmesser des Gesichtskreises viel weniger, etwa nur die Hälfte, betragen.

3. Aus eben dem Grunde scheinen auch alle über der Erdfläche in der Ferne befindliche Objecte in einer Kugelfläche zu liegen, so weit das Auge den Unterschied ihrer Entfernungen nicht mehr bemerken kann.

§. 10.

Jede ebene Figur erscheint wie eine gerade Linie, wenn das Auge mit ihr in einerley Ebene liegt, und weit genug von ihr entfernt ist.

Eine


A
C
D
119
B

Eine gerade Linie AB Fig. 120. habe gegen das Auge eine solche Lage, daß sie verlängert den Mittelpunkt des Augensterns O trift: so erscheint sie dem Auge als ein Punkt. Es sey eine gerade Linie AC gegen OA geneigt, und eine andre AD auf OA senkrecht, so daß das Auge die Entfernung DC nicht mehr unterscheidet: so hat dasselbe bey Betrachtung der senkrechten oder der geneigten Linie einerley Empfindung. Wäre unter diesen Umständen AC eine krumme Linie; so würde sie dem Auge wie die gerade Linie AD erscheinen.

Zusatz. 1. Ist das Auge mit der ebenen Figur nicht in einerley Ebene: so beruhet die scheinbare Gestalt der Figur auf der Lage des Auges gegen solche Ebene, und auf seiner Entfernung von derselben.

2. Wir sehen von der Oberfläche der Körper nur das Stück, welches dem Auge zugekehrt ist; und in gewissen Entfernungen erscheint jeder Körper platt und wie eine ebene Figur: ein Wirfel wie ein Quadrat, eine Kugel wie eine Scheibe, ein Cylinder und Prisma wie ein Rectangel, der Kegel und die Pyramide wie ein Triangel.

3. Da jeder Punkt einer Figur durch die Lichtstrahlen sichtbar wird, die von ihm ins Auge gehen; und es in Absicht der Empfindung einerley ist, in welchem Punkte des Gesichtsstrahls der gesehene Punkt sich befinde: so können wir nicht unmittelbar durchs Gesicht die Entfernung der Gegenstände von uns wahrnehmen.

Anmerkung. Da wir durch die Natur gewöhnt sind, das Gefühl zu Hülfe zu nehmen, wo uns das Gesicht nicht genugsam von der Beschaffenheit eines Gegenstandes unterrichten würde: so verbindet unsre Einbildungskraft gemeiniglich mit der Vorstellung des Gesichts die ehemaligen Empfindungen des Gefühls. Daher glauben wir die Entfernungen der Gegenstände zu erbli-

cken, und verkörpern in unsrer Einbildung die platte Gestalt, in welcher wir die Körper sehen. Alsdenn aber erscheint uns der Körper, wenn er eckig ist, rund; weil das Auge die Ecken nicht unterscheiden kann, und ein Prisma ihm wie ein Cylinder, eine Pyramide wie ein Kegel vorkömmt.

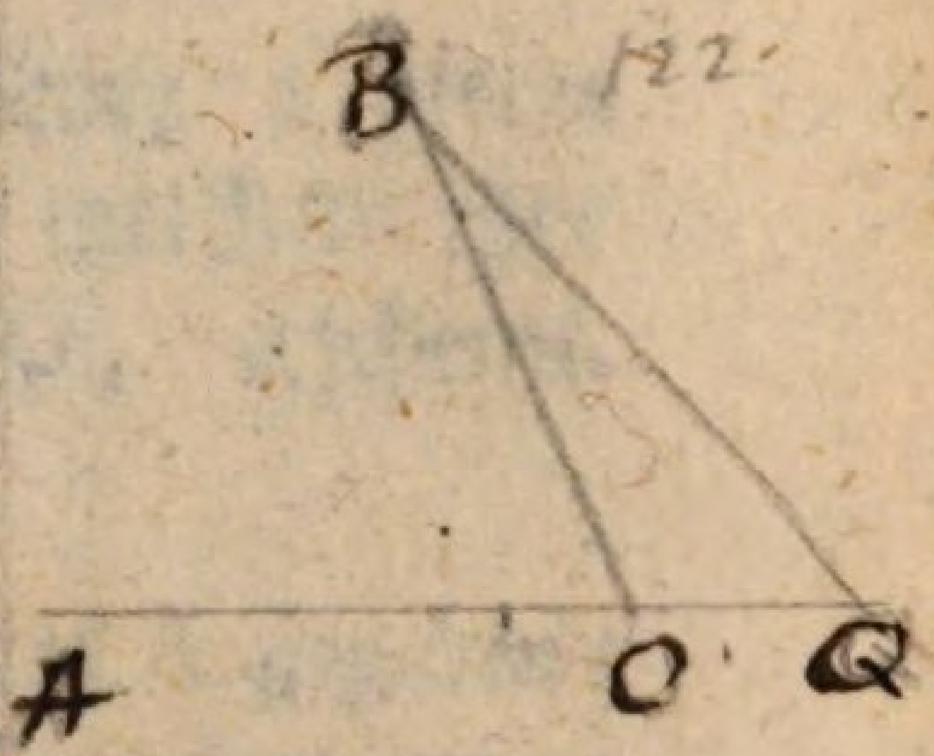
III. Scheinbare Lage und Bewegung der Gegenstände.

§. 11.

Die scheinbare Entfernung zweyer Objecte A, C, ist der Sehewinkel AOC, unter welchem ihre wahre Entfernung AC, dem Auge O, erscheint. Fig. 120.

Zusatz. 1. Ist die Stelle eines Objects A gegeben: so ist auch die Stelle eines andern Objects C gegeben, wenn dieses scheinbare Entfernung vom jenem, AOC, und seine wahre Entfernung vom Auge, OC, gegeben ist.

2. Ist Fig. 121. A eine bekannte Stelle im Horizonte: so hat die Linie OA in der Horizontebene eine bekannte Lage. Wäre nun ein Object B auch in der Horizontebene: so ist seine Stelle durch die scheinbare Entfernung von A, und durch die wahre Entfernung von O bestimmt. Wäre hingegen ein Object C über der Horizontebene: so ist der von C auf diese Ebene gefällte Perpendikel CD, die wahre, folglich COD die scheinbare Höhe des Objects über solcher Ebene. Nennt man den Punkt D, worinn obgedachter Perpendikel die Ebene trift, die auf die Ebene reducirte Stelle des Objects C: so ist AD, die wahre, folglich AOD die scheinbare Entfernung dieser reducirten Stelle von dem bekannten Punkte A. Sind nun beyde scheinbaren Entfernungen AOD, COD, und die wahre Entfernung vom



1) $BQ : OQ = \sin. QOB : \sin. OBQ$ IV. §. 48.

$\sin. QOB = \sin. AOB$ §. 42. IV.

$BQ : OQ = \sin. AOB : \sin. OBQ$.

Auge OC, bekannt: so ist die Stelle des Objeets C bestimmt.

Anmerkung. Von dem Urtheile unsrer Seele, welche mit einer Vergrößerung des Sehewinkels den Begrif einer geringern Entfernung verbindet, ist hier nicht die Rede.

§. 12.

Wird ein Object B aus zwey verschiednen Stellen O, Q, unter verschiednen scheinbaren Entfernungen von einer bekannten Stelle, AOB, AQB, gesehen: so heißt die Differenz dieser beyden Entfernungen die den beyden Stellen zugehörige Parallaxe des Objects. Fig. 122.

Zusatz. 1. Die Parallaxe ist der Winkel OBQ, den die Gesichtsstrahlen aus den beyden Stellen nach dem Objecte, OB, QB, einschliessen. Denn da III. §. 46. 42. AOB = OBQ + OQB: so ist AOB − OQB = OBQ.

2. Im Δ BOQ, den man den parallactischen Triangel nennt, ist IV. §. 48. 42. BQ : OQ = sin. AOB : sin. OBQ, und OB : OQ = sin. OQB : sin. OBQ. Sind demnach von diesen vier Größen, der Parallaxe OBQ, dem Abstande der beyden Stellen OQ, einer von den beyden wahren Entfernungen OB, BQ, und einer von den beyden scheinbaren Entfernungen OQB, AOB, drey gegeben: so läßt sich stets die vierte finden.

3. Nach der ersten Proportion ist sin. OBQ = $\frac{\text{OQ. sin. AOB}}{\text{BQ}}$. Bleibt der Zähler dieses Bruchs ungeändert: so wird die Parallaxe OBQ desto kleiner, je grösser BQ gegen OQ ist, und verschwindet gänzlich, wenn BQ gegen OQ unendlich groß wird, da denn OB, BQ, in die parallele Lage kommen.

§. 13.

Die Bewegung eines Punktes B, wird dem Auge O, merklich, in so fern die scheinbare Entfernung des bewegten Punkts B von einem festen Punkte A, geändert wird. Die Größe dieser scheinbaren Entfernung AOB, für eine bestimmte Zeit, giebt die optische Geschwindigkeit des bewegten Punkts. Fig. 122.

Zusatz. 1. Hat A eine festgesetzte Lage gegen O, und es bewegen sich 2 Punkte B, C, in einerley Ebene mit A: so wird die scheinbare Entfernung beyder Punkte von dem festen Punkte, AOB, AOC, geändert. Ihre geänderte scheinbare Entfernung von einander BOC, giebt alsdenn ihre relative Bewegung gegen einander, und B scheint näher nach C zu rücken, wenn BOC abnimmt; C aber sich von B zu entfernen, wenn BOC zunimmt.

2. Es sey Fig. 121. A ein fester Punkt im Horizont, und das Auge in O fest, folglich OA in einer festen Lage. Bewegt sich nun B in der Horizontebene: so wird seine scheinbare Entfernung AOB geändert. Bewegt sich C über der Horizontebene: so wird nicht nur seine scheinbare Entfernung von der Ebene, COD, sondern auch die scheinbare Entfernung AOD, seiner reducirten Stelle D, von der festen Linie OA, geändert.

3. Bewegt sich das Auge Fig. 122. von O nach Q oder q, ohne daß wir uns dieser Bewegung bewust sind: so scheint der feste Punkt B sich dem festen Punkte A zu nähern, oder davon zu entfernen, je nach dem die scheinbare Entfernung AOB, die sich nun in AQB oder AqB verwandelt, ab= oder zugenommen hat. Bewegte sich B zugleich mit dem Auge in einerley Ebene von B nach C, indem O nach Q oder q gerückt ist: so bemerkt das Auge diese

diese Bewegung nur in so fern, als die scheinbare Entfernung AOB Aenderung leidet.

Anmerkung. Wenn wir uns, z. E. auf einer Fähre, mit mehrern Dingen zugleich und auf einerley Art bewegen: so sind wir uns unsrer eigenen Bewegung nicht bewust, weil diese Dinge mit uns einerley Lage behalten; aber diejenigen Gegenstände, deren Entfernung von uns Aenderung leidet, scheinen in Bewegung zu seyn.

IV. Der Schatten.

§. 14.

Schatten ist der Raum, in welchen das Licht, das auf einen undurchsichtigen Körper fällt, nicht kommen kann. Von dem undurchsichtigen Körper sagt man, er werfe seinen Schatten in diesen Raum; und von den in diesem Raume befindlichen Gegenständen, sie liegen im Schatten.

Zusatz. 1. Ein leuchtender Punkt wirft auf einen undurchsichtigen Körper einen Strahlenkegel oder Pyramide. Wird dieser Kegel nach der andern abgekehrten Seite erweitert: so verbreitet sich der Schatten durch diesen Raum. Demnach liegt selbst ein Theil der Oberfläche des undurchsichtigen Körpers im Schatten, indem der andre Theil erleuchtet ist; da denn diejenige Linie, worinn diese Oberfläche von den zu äußerst auffallenden Strahlen berührt wird, die Grenze des Lichts und Schattens ist.

2. Da von mehrern leuchtenden Punkten eines leuchtenden Körpers, jeder einen Strahlenkegel, oder Pyramide, auf den undurchsichtigen Körper sendet: so wirft der undurchsichtige Körper auch mehrere Schatten, und zwar so viele, als Punkte vorhanden sind, von denen er erleuchtet wird.

§. 15.

Der Raum, welchen alle Schatten, die ein undurchsichtiger Körper wirft, mit einander gemein haben, wohin daher gar kein Licht fällt, heißt der volle Schatten, oder Kernschatten; die übrigen Räume aber, die noch zum Theil erleuchtet werden, machen den Halbschatten aus, der gegen den vollen Schatten zu dunkler, gegen die äußersten Grenzen aber heller ist, und sich daselbst allmählig verliehrt.

Zusatz. 1. Wird der körperliche Schattenraum von einer Ebene geschnitten: so faßt die Durchschnittsfigur, die man den projicirten Schatten, oder den Schlagschatten nennt, den vollen und den halben Schatten, so daß, wenn der Schattenraum kegelförmig ist, der kreisförmige Kernschatten mit einem ringförmigen Halbschatten, der nach außen zu immer schwächer wird, umgeben ist.

2. Von der Oberfläche eines leuchtenden Körpers wirft nur ein Theil sein Licht nur auf einen Theil der Oberfläche des dunkeln Körpers. Die Größe dieser Theile, wie auch die Gestalt und Größe des Kernschattens und Halbschattens, und beyder Projection auf einer Ebene von gegebener Lage, beruhet auf der Größe und Gestalt beyder Körper, und auf ihrer Entfernung von einander. Ist der leuchtende Körper, in Vergleichung mit dem dunkeln, nur klein, wie die Flamme einer Lampe mit den Dingen im Zimmer: so kann man ihn als einen leuchtenden Punkt betrachten, und es entsteht nur ein Kernschatten von einer Pyramiden- oder Kegelförmigen Gestalt. Sind beyde Körper von gleicher Größe: so ist der Schatten prismatisch. Sind beyde von ungleicher Größe: so ist der Schatten Kegel- oder Pyramidenförmig, und zwar so, daß er entweder in eine Spitze ausgehet,

gehet, oder sich ins Unendliche verbreitet; je nach dem der dunkle Körper kleiner, oder größer ist.

§. 16.

Aufgabe. Die Entfernung AB = a des Mittelpunkts einer leuchtenden Kugel A, von dem Mittelpunkte einer erleuchteten B, und ihre Halbmesser AE = r, BD = ϱ, sind gegeben; man soll die Gestalt und Größe des Schattens, wie auch die Größe des leuchtenden und erleuchteten Theils solcher Kugeln finden. Fig. 123.

Erster Theil.

Eine Ebene schneide beyde Kugeln durch ihre Mittelpunkte: so erhält man zwey gröste Cirkel. Eine gerade Linie ED, berühre beyde Cirkel in E, D, und schneide die verlängerte AB in C. Eine andre gerade Linie GF, berühre beyde Cirkel in G, F, und schneide die AB in O. Man denke sich, daß man die Lage dieser beyden Linien gefunden, und nach eben dieser Lage auf den entgegengesetzten Seiten die Linien SR, QP, gezogen habe, und daß die Ebene dieser Figur sich um die Axe AB drehe: so ist offenbar, daß die Kreise um A und B die beyden Kugeln, die Fläche ECS einen Kegel, und die Flächen FOP, GOQ, ein Paar entgegengesetzter Kegel beschreiben werden; ferner, daß die Kegelfläche DCR den Kernschatten, und die Kegelfläche ZON den Halbschatten gebe; desgleichen, daß die Sehnen FP, DR, Durchmesser zweyer den Polen K, L, zugehöriger Parallelkreise sind, welche die ganze Oberfläche der Kugel in zwey Segmente, und eine dazwischen liegende Zone, eintheilen, von denen das vordere Segment FKP in der völligen Erleuchtung, das hintere Segment DLR im vollen Schatten, und die zwischen beyden liegende Zone im Halbschatten liegt, der von FP gegen DR immer dunkler wird;

 endlich,

endlich, daß das Segment der leuchtenden Kugel EHS auf die dunkle Kugel Licht wirft, und auf dem ganzen Segmente EIS gar keine Stelle sey, wovon auch nur etwas Licht auf die dunkle Kugel fallen könnte.

Zweyter Theil.

Wäre nun EDC die eine von obgedachten Tangenten: so wären BD, AE, auf selbiger senkrecht, und daher einander parallel, folglich AE : BD = AC : BC, oder, wenn man BC = x setzt, $r : \varrho = a + x : x$, folglich $\varrho a + \varrho x = rx$, folglich $\varrho a = rx - \varrho x = (r - \varrho) x$, folglich $r - \varrho : \varrho = a : x$, oder $x = \frac{\varrho a}{r - \varrho}$. Beschreibt man nun auf BC = x aus ihrer Mitte M einen halben Cirkel, welcher die kleine Kugel in D schneidet, und ziehet CD: so hat man die Lage der ersten Tangente, III. §. 93.

Wäre GOF die andre Tagente: so wären AG, BF, auf selbiger senkrecht, und bey O Verticalwinkel, folglich AG : BF = AO : BO, oder wenn man BO = x setzt, $r : \varrho = a - x : x$, folglich $\varrho a - \varrho x = rx$, folglich $\varrho a = rx + \varrho x = (r + \varrho) x$, folglich $r + \varrho : \varrho = a : x$, oder $x = \frac{\varrho a}{r + \varrho}$. Beschreibt man nun auf BO, aus ihrer Mitte K einen halben Cirkel, welcher die kleine Kugel in F schneidet; und ziehet OF: so hat man auch die Lage der zweyten Tangente, III. §. 93.

Dritter Theil.

Da bey D ein rechter Winkel: so ist BC : sin. tot. = BD : sin. BCD, das ist, $\frac{\varrho a}{r - \varrho} : 1 = \varrho$: sin. BCD, folglich sin. BCD $= \frac{r - \varrho}{a}$. Nun ist, wegen des rechten

Winkels

Winkels bey D, sin. BCD = cos. DBC, und wegen des zweyten rechten Winkels bey E, DBC = EAC. Demnach findet man mit dem halben Winkel an der Spitze des vollen Schattens BCD, zugleich auch die Winkel DBC, EAC, folglich hiedurch das halbe im vollen Schatten liegende Segment DL, und das halbe erleuchtende Segment EH.

Da bey F ein rechter Winkel: so ist BO : sin. tot. = BF : sin. BOF, das ist $\frac{\varrho a}{r+\varrho} : 1 = \varrho$: sin. BOF, folglich sin. BOF = $\frac{r+\varrho}{a}$. Nun ist, wegen des rechten Winkels bey F, sin. BOF = cos. OBF. Demnach findet man mit dem halben Winkel an der Spitze des Halbschattens, zugleich auch den Winkel OBF, folglich hiedurch das halbe im vollen Lichte liegende Segment FK.

Aus DL, FK, ergiebt sich offenbar auch FD, oder das im Halbschatten liegende halbe Segment.

Schneidet man den Schattenkegel senkrecht auf seiner Axe in der Entfernung BW = b: so erhält man die projicirten Schattenkreise, wozu die Halbmesser WY, WZ, gehören; da denn sin. tot : tang BCD = CW : WY, und sin. tot : tang BOF = OW : WZ, wo CW = BC − b, und OW = OB + b.

Zusatz. 1. Sind die Halbmesser beyder Kugeln r, ϱ, weniger von einander unterschieden: so wird die Länge des Schattens BC = $\frac{\varrho a}{r-\varrho}$ größer. Ist r = ϱ, folglich r − ϱ = 0: so wird BC unendlich groß, und sin. BCD = 0 = cos. BDC, das heißt, der volle Schatten wird cylindrisch; aber BO = $\frac{1}{2}$ a, und sin. BOF = $\frac{2r}{a}$ = cos. OBF.

Ist

Ist $\varrho > r$, folglich $r - \varrho$ negativ, das heißt, ist die kleinere Kugel die leuchtende, und die größere die erleuchtete: so wird $BC = -\frac{\varrho a}{\varrho - r}$, und $\sin. BCD = -\frac{\varrho - r}{a}$, das heißt, der Kernschatten wird ein abgekürzter Kegel, dessen Spitze vor der dunkeln Kugel nach der Seite fällt, wo das Licht herkommt.

2. Ist ϱ gegen r sehr klein: so hat man beynahe BC so wohl als BO, $= \frac{\varrho a}{r} = \varrho : \frac{r}{a}$. Setzt man den scheinbaren Halbmesser der großen Kugel aus B gesehen $= \frac{1}{2}\delta$: so ist §. 8. $a : r = \sin. tot : \sin. \frac{1}{2}\delta$, folglich $\frac{r}{a} = \frac{\sin. \frac{1}{2}\delta}{\sin. tot}$. Demnach ist $BC = BO = \frac{\varrho. \sin. tot}{\sin. \frac{1}{2}\delta}$. Auf eben die Art wird, bey solcher Voraussetzung, beynahe $\sin. BCD$ so wohl als $\sin. BOF$, $= \frac{r}{a} = \frac{\sin. \frac{1}{2}\delta}{1}$, folglich $BCD = BOF = \frac{1}{2}\delta$. Setzt man diese Größen in obige Proportionen für den projicirten Schatten, $\sin. tot : tang\, BCD = CW : WY$, und $\sin. tot : tang\, BOF = OW : WZ$; so erhält man $\sin. tot : tang\, \frac{1}{2}\delta = \frac{\varrho. \sin. tot}{\sin. \frac{1}{2}\delta} - b : WY$, und $\sin. tot : tang\, \frac{1}{2}\delta = \frac{\varrho. \sin. tot}{\sin. \frac{1}{2}\delta} + b : WZ$. Hieraus folgt $WY = \varrho. \frac{tang\, \frac{1}{2}\delta}{\sin. \frac{1}{2}\delta} - b. tang\, \frac{1}{2}\delta = \varrho - b. tang\, \frac{1}{2}\delta$, weil man bey sehr kleinen Winkeln $tang\, \frac{1}{2}\delta = \sin. \frac{1}{2}\delta$ setzen kann; daher auf eben die Art $WZ = \varrho + b. tang\, \frac{1}{2}\delta$.

§. 17.

Der Schatten, den ein lothrechter Stift AC, auf eine wagrechte Ebene MN wirft, heißt der gerade Schatten, vmbra recta; der Schatten hingegen, den ein wagrechter Stift auf eine lothrechte Ebene wirft, so daß er lothrecht herabhängt, der verkehrte Schatten, vmbra versa. Werden diese Stifte von der Sonne erleuchtet: so verliehrt sich ihr Schatten in einen Halbschatten; indem zu dem Strahle vom Mittelpunkte der Sonnenoberfläche S noch ein Strahl vom obern und unterm Rande T, V, kommt. Die Länge des Schattens AB, wenn nur der Strahl vom Mittelpunkte statt fände, heißt die mittlere Länge des Schattens; der Winkel CBA, den dieser Strahl mit dem Schatten macht, ist die scheinbare Entfernung der Sonne von der Ebene, und heißt, beym geraden Schatten, die Höhe der Sonne über dem Horizont; beym schiefen Schatten, der Abstand der Sonne vom Scheitel, welcher mit jenem zusammen einen rechten Winkel macht. Fig. 124.

Anmerkung. Der Unterschied der Schattenlängen ist, bey einer mäßigen Höhe des Stifts, nicht beträchtlich, beym geraden Schatten, wenn die Sonnenhöhe über 45; beym verkehrten aber, wenn sie unter 45 Grad beträgt.

§. 18.

Aufgabe. Aus der Höhe des Stifts AC, und der Länge des Schattens AB, die scheinbare Höhe der Sonne ABC, zu finden. Fig. 124.

Im

Im rechtwinklichten Triangel CAB ist BA : AC = sin. tot : tang ABC.

Zusatz. 1. Mittelst dieser Proportion läßt sich auch AC, und selbst auch AB finden, wenn jedesmahl die beyden übrigen Stücke bekannt sind.

2. Wäre DE eine Höhe, und CA ein Stab, den man lothrecht so einsteckte, daß sein und der Höhe Schatten in einem Punkte B sich endigten: so wäre BA : BE = AC : DE.

Zweytes

Zweytes Kapitel.

Von den Projectionen, oder die Perspectiv.

I. Grundbegriffe.

§. 19.

Wird eine Strahlenpyramide, welche die Gesichtsstrahlen, von dem Auge O nach einem Gegenstande ABCD, bilden, von einer Fläche geschnitten: so heißt die schneidende Fläche die Tafel, die Durchschnittsfigur aber auf derselben, abcd, die Projection, oder das perspectivische Bild des Gegenstandes ABCD. Fig. 125.

Zusatz. 1. Dieses Bild erscheint §. 10. Zus. 3. dem Auge in dieser Lage eben so, als der Gegenstand selbst.

2. Die veränderte Lage des Auges verändert §. 10. Zus. 1. die scheinbare Figur des Gegenstandes. So erscheint z. E. ein Quadrat oder ein Cirkel dem Auge in einer andern Lage auch unter einer andern Figur.

3. Geometrisch zeichnet man eine Figur, wie sie ist; perspectivisch aber, wie sie dem Auge in einer bestimmten Lage erscheint. So ist z. E. die perspectivische Abbildung einer Festung, oder einer Allee, von einer geometrischen sehr unterschieden.

§. 20.

Die Perspectiv giebt Regeln, wornach zu einer perspectivischen Abbildung die Projection der Gegenstände

stände zu verfertigen, oder eine bereits verfertigte perspectivische Abbildung zu beurtheilen ist. Sie heißt die freye Perspectiv, wenn sie lehret, den perspectivischen Riß ohne Grundriß zu verfertigen.

Zusatz. 1. Die Perspectiv ist dem Zeichner so wohl, als dem Beurtheiler einer Zeichnung, unentbehrlich; weil das Augenmaaß nicht genau ist, und durch die Einbildungskraft noch dazu oft verfälscht wird. So erscheint z. E. die dem Auge nähere Hand einer menschlichen Figur, die man vor sich hat, oder die man aus der Phantasie zeichnet, größer; aber die Einbildungskraft kann den Mahler leicht verleiten, beyde Hände gleich groß zu zeichnen.

2. Es giebt verschiedne Methoden, die Projection der Gegenstände zu verfertigen, die sich aber unter zwey Hauptklassen bringen lassen, davon die eine die Projection aus einem Grundrisse, die andre ohne denselben verfertigt. Letztre verfährt nach des Herrn Lamberts Anweisung in seiner freyen Perspectiv, welcher wir hier folgen wollen. In allen Fällen aber muß die Lage des Auges, und die Stellung der Tafel gegeben seyn, weil die Zeichnung sonst anders ausfällt.

Anmerkung. Da wir uns hier bloß darauf einschränken müssen, die Fundamentalregeln der Perspectiv zu erklären, und ihre Anwendung nur an wenigen Beyspielen zu zeigen: so müssen Anfänger weitere Belehrung suchen, in Herrn Lamberts freyen Perspectiv Zürich 1774; in Herrn Karstens Anfangsgründen der Perspectiv; und in Jacobz's ausführlichem Unterricht in der Perspectiv. Amsterdam 1767.

§. 21.

Die Fundamentalfläche, oder Grundfläche, VXYZ Fig. 126. ist die Horizontalebene, auf welcher die

die abzubildenden Gegenstände sich befinden, auf welcher auch die Tafel stehet, und über welcher das Auge erhoben ist. 2. Die Tafel AC, ist die Ebene, welche alle von den Gegenständen ins Auge O geschickte Strahlen schneidet. Sie soll auf der Grundfläche senkrecht stehen, worauf wir uns hier einschränken. 3. Die Fundamentallinie, oder Grundlinie, AB, ist die gerade Linie, worinn die Tafel die Grundfläche schneidet. 4. Die Entfernung, oder Richtung des Auges, OD, ist die gerade Linie vom Auge senkrecht auf die Tafel. 5. Der Augenpunkt D, worinn die Richtung des Auges die Tafel trift. 6. Die Horizontallinie, oder der Horizont, FDG, die gerade Linie durch den Augenpunkt D, parallel mit der Grundlinie AB. 7. Die Höhe des Auges, OE, die gerade Linie vom Auge senkrecht auf die Grundfläche. 8. Der Fußpunkt des Auges E, worinn die Höhe des Auges die Grundfläche trift. 9. Die Verticallinie des Auges DH, die gerade Linie vom Augenpunkte D, senkrecht auf die Grundlinie AB. 10. Der Fußpunkt auf der Tafel H, worinn die Verticallinie die Grundlinie trift. 11. Die Fußpunktslinie EH, welche die beyden Fußpunkte verbindet, und hinter der Tafel nach L verlängert wird. 12. Die Verticalfläche des Auges ODHE, die Ebene durch die Distanz OD, und Verticallinie DH, welche die Grundfläche in der Fußpunktslinie HE, schneidet, und allemahl ein Rectangel, alsdenn aber ein Quadrat ist, wenn die Verticallinie DH, der Distanz des Auges OD, gleich ist. 13. Die Abweichung von der Verticalfläche ist der spitze Winkel HLI, den eine gerade Linie LI, in der Grundfläche mit der verlängerten Fußpunktslinie EL, macht. 14. Die Abweichung von der Tafel ist, der spitze Winkel LIH, den eine gerade Linie LI, in der Grundfläche mit der

Grundlinie AB, macht; und ist, weil LHI ein rechter Winkel, die Ergänzung der Abweichung von der Verticalfläche.

II. Allgemeine Regeln der Perspectiv.

§. 22.

Trift eine gerade Linie LI, in der Grundfläche, die Grundlinie AB, in einem Punkte I, und eine durch das Auge O, mit ihr parallellaufende Linie OK, den Horizont in einem Punkte K; so ist die gerade Linie IK, welche diese beyden Punkte verbindet, die Projection der Linie IL ins Unendliche verlängert. Fig. 126.

Man nehme auf der verlängerten IL verschiedne Punkte T, L, u. s. w: so ist das Bild von IT der Schnitt der Ebene OIT, mit der Tafel AC; eben so das Bild von IL, der Schnitt der Ebene OIL mit der Tafel, so daß die Winkel IOT, IOL, stets wachsen, je weiter die Punkte T, L, sich entfernen, bis endlich OK der unendlich verlängerten ILK, parallel wird, folglich den Horizont in K trift, und eine Ebene durch OK, It, die Tafel in IK schneidet; daher alle Punkte der It ihre Bilder in der IK machen, und K das Bild eines in solcher Linie unendlich entfernten Punktes t wird.

Zusatz. 1. Da DO mit hL, und OK mit Lt parallel: so ist III. §. 164. DOK = hLt = ILH, folglich DOK die Abweichung der IL von der Verticalfläche, §. 21. num. 13.

2. Beschreibt man aus O, mit OD, einen Cirkel: so ist, weil ODK ein rechter Winkel, DK die Tangente des Winkels DOK, oder der Abweichung der Linie IL

von

von der Verticalfläche; wodurch der Punkt des Horizonts K, aus ILH bestimmt wird.

3. Ist HD = OD: so ist, weil HDK, ODK, rechte Winkel, und DK den beyden Triangeln gemein, DHK = DOK. Beschreibt man also aus H, mit HD = OD, einen Cirkel: so ist DK die Tangente des Winkels DHK, oder der Abweichung der Linie IL von der Verticalfläche; daher sich auf dem Horizonte, zu beyden Seiten des Augenpunktes D, die Tangenten für jede Abweichungswinkel bestimmen lassen.

4. Ist eine Linie MN, der IL parallel: so hat sie mit IL einerley Abweichung, folglich auch einerley Tangente der Abweichung DK. Folglich ist MK das Bild der unendlich verlängerten MN. Demnach sind IL, MN, geometrisch, ihre Bilder IK, MK, perspectivisch parallel, und K der **Vereinigungspunkt** perspectivischer Parallellinien.

5. Schneidet die gerade Linie HL ins unendliche verlängert, die Grundlinie AB, senkrecht: so muß ihr Bild den Augenpunkt D treffen; weil OD der HL parallel ist. Eben dies gilt von allen der HL parallelen Linien. Dieser Satz erhellet auch daher, weil die Abweichung einer solchen Linie von der Verticalfläche, folglich auch ihre Tangente Null ist.

6. Die Grundlinie AB enthält die Bilder aller Punkte einer Linie, die mit der Grundlinie zusammenfällt, und diese Bilder sind mit den Punkten selbst einerley.

§. 23.

Ist die Lage eines Punkts L in der Grundfläche durch zwey gerade Linien, IL, HL, die in solchem Punkte zusammentreffen, bestimmt: so ist sein Ort

auf der Tafel der Punkt P, worinn die Bilder dieser Linien IK, HD, einander schneiden. Fig. 126.

Denn nach §. 22. haben alle Punkte der Linien IL, HL, ihre Bilder in IK, HD. Nun ist der Punkt L beyden Linien gemein. Folglich muß auch das Bild dieses Punkts den Bildern dieser Linien gemein seyn.

Zusatz. 1. Hieraus erhellet zugleich, daß IPH das Bild des Winkels ILH, so wie DPK das Bild des Winkels hLt sey.

2. Da §. 22. Zus. 2. 3. DK = tang ILH: so ist auch DK = tang DPK = tang IPH; wornach man also die perspectivischen Winkel messen, und auftragen kann.

3. Hieraus folgt zugleich, daß DPK = IPH, oder daß auch die perspectivischen Verticalwinkel einander gleich, folglich auch die perspectivischen Nebenwinkel zweyen rechten Winkeln gleich sind.

§. 24.

Ist das Bild IK, der verlängerterten geraden Linie TL, auf der Tafel bestimmt: so bestimmt man ihre perspectivische Größe durch die Bilder P, Q, ihrer Endpunkte L, T. Fig. 126.

Da §. 23. P das Bild von L; Q das Bild von T: so ist PQ der LT perspectivisch gleich.

Zusatz. Das Bild einer Linie, die mit der Grundlinie zusammenfällt, ist ihr geometrisch gleich. §. 22. Zus. 6.

§. 25.

Ist die Linie LN, der Grundlinie AB, parallel: so ist auch ihr Bild PR der Grundlinie, und daher auch

auch dem Horizonte parallel; ist die Linie TS auf der Grundfläche senkrecht: so ist auch ihr Bild Qs auf der Grundlinie senkrecht, und daher der Verticallinie DH parallel. Fig. 126.

Im ersten Falle ist die Abweichung von der Tafel Null, folglich die Abweichung von der Verticalfläche ein rechter Winkel; im zweyten Falle ist die Abweichung von der Tafel ein rechter Winkel, folglich die Abweichung von der Verticalfläche Null, §. 21. num. 13. 14.

III. Grundregeln der freyen Perspectiv.

§. 26.

Aufgabe. Die Tangentenlinie, für die Abweichungen von der Verticalfläche, zu verzeichnen. Fig. 127.

Man ziehe die Horizontallinie AB, setze in ihr den Augenpunkt D, ziehe die Verticallinie DC, und mache sie der Distanz des Auges gleich. Aus C beschreibe man mit CD den Quadranten DE, theile ihn in seine Grade, lege das Linial an C, und an die gefundnen Theilpunkte, bemerke jedesmal den Schnitt an der Horizontallinie in 10, 20, 30 u. s. w. und trage die also gefundnen Theile auf die andre Seite von D nach A zu: so hat man die Tangenten aller Abweichungen von der Verticalfläche von 10 zu 10, oder 5 zu 5 u. s. w. Graden.

Zusatz. Da IV. §. 45. Zus. 2. $\tan 45^\circ = r$, so ist $CD = DF = \tan 45^\circ$.

§. 27.

Aufgabe. Die Lage einer geraden Linie auf der Tafel ist gegeben: man soll eine gerade Linie ziehen, welche erstere in einem gegebenen Punkte, unter einem gegebenen Winkel schneide. Fig. 128.

Es sey AB, und der Punkt A gegeben. Man verlängere AB bis an den nach §. 26. getheilten Horizont, den sie hier in 50 schneidet, zähle von da nach dem Augenpunkte zu so viel Grade ab, als der gegebene Winkel hat, z. E. 40, folglich bis 10, und ziehe von da nach A die Linie CA; so ist §. 23. Zus. 2. CAB = 40°. Verlängert man CA nach D, und BA nach E: so ist §. 23. Zus. 3. CAB = EAD = 40°, und BAD = CAE = 140°.

Es sey FG, welche mit dem Horizonte parallel läuft, und der Punkt F gegeben: so siehet man leicht, daß man vom Ende der Tangenten Linie nach dem Augenpunkte zu die verlangten 40 Grad, also bis 50 zählen und von da nach F die Linie BF ziehen müsse; da denn BFG = 40° = KFH, folglich BFK = 140° = GFH.

§. 28.

Aufgabe. Die Lage einer geraden Linie auf der Tafel ist gegeben; man soll derselben durch einen gegebenen Punkt eine gerade Linie parallel ziehen. Fig. 128.

Es sey ab, und der Punkt c gegeben. Man verlängre ba bis an den Horizont, den sie in 60 trift, und ziehe von da nach c die Linie dc: so ist solche §. 22. Zus. 4. der ab durch c parallel. Auf eben die Art macht man bc der ad parallel.

Es sey FG, welche dem Horizonte parallel läuft, und der Punkt L gegeben: so ziehe man der FG die LM geometrisch parallel, welche §. 25. ihr auch perspectivisch parallel ist.

Zusatz. In einem perspectivischen Parallelogramme sind die entgegengesetzten Seiten einander perspectivisch gleich; weil sie Bilder von den entgegengesetzten

Seiten

Seiten eines geometrischen Parallelogramms sind. So ist in dem Parallelogramm abcd, ab = dc, bc = ad.

§. 29.

Aufgabe. Die Lage einer geraden Linie FB auf der Tafel ist gegeben; man soll eine gegebene Länge davon abschneiden. Fig. 128.

Man mache nach einem beliebigen oder gegebenen Maasstabe die Verticallinie des Auges so lang, als die angenommene oder gegebene Höhe des Auges beträgt, ziehe durch ihren Endpunkt die Grundlinie dem Horizonte parallel, und theile dieselbe nach eben dem Maasstabe ein. Durch F ziehe man FG der Grundlinie parallel, und verlängere FB bis zum Horizont, den sie in 50 trift, daher BFG = 40° = a. Vom Augenpunkte an auf der andern Seite nehme auf der Tangentenlinie $\frac{1}{2}$a, hier 20°, ziehe von da durch F eine gerade Linie bis zur Grundlinie in P, zähle von da die verlangte Länge z. E. $35\frac{1}{2}$ Fuß bis Q, und ziehe endlich von Q bis 20 eine gerade Linie, welche FG in G und FB in E schneidet: so ist FE = FG = $35\frac{1}{2}'$.

Denn sollen FE, FG, einander gleich, folglich FEG ein gleichschenklichter Triangel seyn: so lassen sich die gleichen Winkel an der Grundlinie EG, aus dem Winkel EFG = a, bestimmen, so daß jeder derselben, folglich FGE = $90^\circ - \frac{1}{2}$a ist, daher die Linie GE vom Augenpunkte um $\frac{1}{2}$a auf der entgegengesetzten Seite ab liegen muß, und nun FE = FG wird.

Da PF, QG, in einem Punkte des Horizonts zusammen treffen, folglich einander perspectivisch parallel sind, auch FG der PQ parallel ist: so ist PFGQ ein perspectivisches Parallelogramm, folglich §. 28. Zus. FG = PQ = $35\frac{1}{2}'$ = FE.

Zusatz. 1. Umgekehrt kann man auf ähnliche Art das Maaß einer der Lage und Größe nach gegebenen Linie FE, bestimmen.

2. Ziehet man aus 20 durch jeden Punkt L zwischen F und E eine gerade Linie: so ist aus eben dem Grunde FL = FN, folglich LE = NG.

§. 30.

Aufgabe. Aus einem auf der Tafel gegebenen Punkte g einen Perpendikel von gegebener Höhe zu errichten. Fig. 128.

Von einem beliebigen Punkte der Grundlinie e ziehe man durch g eine gerade Linie eg bis zum Horizonte, den sie in 30 trift. In e errichte man ef senkrecht, und gebe ihr nach dem angenommenen Maasstabe die verlangte Höhe ef. Durch f und 30 ziehe man eine gerade Linie fh, und durch g die gh der ef parallel: so ist gh die verlangte senkrechte Höhe.

Anmerkung. 1. Herr Lambert, hat in seiner Perspectiv das bisherige auch entwickelt und noch weiter ausgeführt; auch sehr sinnreiche Vortheile gezeigt, die perspectivischen Aufgaben durch mechanisches Verfahren zu erleichtern.

2. Auch hat derselbe eine sehr leichte Methode angegeben, aus dem Grundrisse den perspectivischen Aufriß zu verfertigen. Es sey Fig. 129. AB der Horizont, D der Augenpunkt, C der Fußpunkt, und die Distanz des Auges DC in E halbirt. Ueber AB liege der Grundriß, worinn ein Punkt M sey. Man ziehe MC, und MD bis F: so schneidet FE verlängert die MC in m; da denn m der perspectivische Ort des Punktes M ist. Eben so verfährt man mit jedem andern Punkte des Grundrisses. Lamberts Perspectiv, 2. Theil, S. 43.

IV. Be-

IV. Beurtheilung perspectivischer Risse.

§. 31.

Aufgabe. Die Horizontallinie zu finden.

Da alle horizontalliegende Parallinien, wenn sie nur nicht mit der Grundlinie, die gemeiniglich der untere Rand des Gemähldes ist, parallel laufen, in einem Punkte des Horizonts zusammentreffen: so suche man im Gemählde Gegenstände auf, an denen solche Parallellinien anzutreffen sind, z. E. Alleen, Gebäude, Gänge eines Gartens, und dergleichen. Verlängert man dergleichen Parallelen: so kann man leicht zwey Punkte des Horizonts, und dadurch den Horizont bestimmen.

Zusatz. Ist das Gemählde eine offene Landschaft, in welcher Stellen vorkommen, da der Himmel bis an den flachen Boden herunter gehet: so läßt sich dadurch der Horizont unmittelbar bestimmen.

§. 32.

Aufgabe. Den Augenpunkt zu finden.

Ist die eine Seite eines Rectangels auf der Grundfläche dem Horizonte parallel, oder einer aufrechtstehenden Sache senkrecht: so läuft die andre Seite in den Augenpunkt. Man suche daher auf dem Gemählde Figuren, welche auf der Grundfläche ein Rectangel bilden, dergleichen die Grundflächen regulärer Gebäude sind, und verlängre, wenn die eine Seite dieses Rectangels dem Horizonte parallel ist, die andre Seite bis zum Horizonte: so hat man den Augenpunkt.

Findet man kein Rectangel mit einer dem Horizonte parallelen Seite: so sucht man zuvor den Distanzpunkt des Auges, und aus diesem den Augenpunkt.

Zusatz. Gemeiniglich wird der Augenpunkt mitten in dem Horizonte von beyden Seiten des Gemähldes gleichweit entfernt angenommen; doch ist dies nicht immer.

§. 33.

Aufgabe. Den Distanzpunkt des Auges zu finden.

Hat man ein Quadrat in der Grundfläche mit einer dem Horizont parallelen Seite: so läuft die Diagonale in den 45. Grad des Horizonts, und die Distanz dieses Grades vom Augenpunkte ist der Distanz des Auges von der Tafel gleich.

Liegt ein Rectangel in der Grundfläche so, daß seine Seiten zwey Punkte des Horizonts treffen: so beträgt die Distanz zwischen diesen Punkten 90 Grad, und wird als ein Durchmesser betrachtet, auf dem man einen halben Cirkel beschreibt, in dessen Peripherie der Ort des Gesichtspunkts seyn muß, da wo er die Verticallinie des Auges, die mit dem Augenpunkte zugleich der Lage nach gegeben ist, schneidet.

Wäre der Augenpunkt noch nicht gefunden, aber noch ein dergleichen Rectangel vorhanden, mit dem man auf obige Art verführe: so gäbe der Durchschnitt beyder Cirkel den Ort des Gesichtspunkts.

Zusatz. 1. Hätte man den Horizont noch nicht gehabt: so findet man denselben, wenn man die entgegengesetzten Seiten eines der beyden Rectangel verlängert, da sie denn ihre Vereinigungspunkte im Horizonte haben.

2. Hat man mittelst der beyden Rectangel, den Ort des Auges bestimmt; so fälle man von demselben einen Perpendikel auf den Horizont, welchen er dann im Augenpunkte treffen muß.

§. 34.

Aufgabe. Es ist das Bild eines Quadrats abcd auf der Tafel gegeben; man soll die Horizontallinie, den Augenpunkt und die Distanz des Auges finden. Fig. 130.

Man verlängre die Seiten des Quadrats abcd, bis sie einander in M, und m, schneiden: so ist Mm die Horizontallinie. Aus der Mitte von Mm beschreibe man mit $\frac{1}{2}$ Mm einen halben Cirkel. Man ziehe ferner die Diagonalen ac, bd, bis an die Horizontallinie in N und n, und beschreibe auf Nn gleichfalls einen halben Cirkel, welcher den ersten in Q schneidet. Endlich fälle man von Q auf die Horizontallinie den Perpendikel QP: so ist P der Augenpunkt, und PQ die Distanz des Auges von der Tafel.

Denn nicht nur abc ist ein rechter Winkel, sondern auch die Diagonalen eines Quadrats schneiden einander unter einem rechten Winkel. Das übrige geben die Schlüsse des §. 33.

§. 35.

Aufgabe. Die Höhe des Auges zu finden.

Man suche in dem Gemählde Gegenstände, die sich von der Grundfläche bis zum Horizont erstrecken. Ist die Höhe eines solchen Gegenstandes, z. E. eines Hauses oder Thurms, bekannt, oder durch Schlüsse heraus zu bringen: so hat man das Maaß von der Höhe des Auges, und dadurch, verglichen mit §. 30, den Maasstab für das Gemählde.

Zweyter

Zweyter Abschnitt.

Die Dioptrik.

1. Von Brechung des Lichts in einzelnen Gläsern.
2. Von Brechung des Lichts in mehrern Gläsern.

Erstes Kapitel.

Von Brechung des Lichts in einzelnen Gläsern.

I. Grundbegriffe.

§. 1.

Jede durchsichtige Masse, durch welche Lichtstrahlen dringen, heißt ein Mittel. Wird ein Lichtstrahl, indem er aus einem Mittel in ein anderes von mehrerer oder minderer Dichtigkeit übergehet, in eine andre Richtung gebracht, die mit seiner vorigen einen gewissen Winkel einschließt: so sagt man er werde gebrochen, und nennet solche Veränderung in der Richtung die Brechung oder Refraction der Lichtstrahlen. Fig. 131.

Es sey AB die Oberfläche des Wassers. Ein Lichtstrahl EC, gehe durch die Luft, treffe das Wasser in C, und werde aus seiner Richtung ECF in die Richtung CG gebracht, welche mit jener den Winkel GCF macht: so sagt man, er werde von EC nach CG gebrochen, indem er aus der Luft, als einem dünnern Mittel, in das Wasser, als ein dichteres Mittel, übergehet.

Zusatz.

Zusatz. 1. Die Richtung eines Lichtstrahls bleibt ungeändert, so lange er durch ein Mittel, das durchaus von gleichförmiger Dichtigkeit ist, gehet. Wäre z. E. AB die Oberfläche einer gewissen Glasmasse, und über derselben Wasser: so bleibt der Strahl anfangs in der Richtung EC, und hernach in der Richtung CG.

2. Da die Atmosphäre aus unzähligen Luftschichten von zunehmender Dichtigkeit besteht: so ändert der Lichtstrahl, der durch die Atmosphäre dringt, ununterbrochen seine Richtung, und gehet in einer krummen Linie, deren Tangente die Richtung ist, in welcher das Auge den leuchtenden Punkt, der diesen Strahl abschickt, siehet.

§. 2.

Die brechende Fläche, ist die Fläche AB, worinn zwey Mittel von verschiedner Dichtigkeit, durch welche ein Lichtstrahl gehet, an einander grenzen. Das Einfallsloth ist eine gerade Linie CD, die auf der brechenden Fläche in dem Punkte C, worinn der Strahl EC, auffällt, senkrecht ist. Der Neigungswinkel, angulus inclinationis, ist der Winkel DCE, den der einfallende Strahl EC, mit dem Einfallslothe CD macht; der gebrochene Winkel, angulus refractus, der Winkel GCH, den der gebrochene Strahl CG, mit dem Einfallslothe CH macht; (der Brechungswinkel, angulus refractionis, der Winkel FCG, den der gebrochene Strahl CG, mit dem einfallenden CF macht). Die Brechungsverhältniß ist die Verhältniß des Neigungswinkels DCE oder FCH, und des gebrochenen Winkels GCH, und wird durch die Sinus dieser Winkel bestimmt. Fig. 131.

Zusatz. 1. Ist die brechende Fläche eine Kugelfläche AB Fig. 132. auf welche der Strahl EC fällt: so gehet das

das Einfallsloth DC nach dem Mittelpunkte der Kugel H. Denn es berühre die Kugelfläche eine Ebene ab in C: so ist es in Ansehung der Brechung, die bloß in dem Punkte C geschiehet, eben so, als wenn der Strahl auf die Ebene ab fiel; da denn III. §. 198. 199. DC nach H gehet.

2. Bey einer brechenden Kugelfläche ist das Einfallsloth jedesmal die gerade Linie HC, welche den Mittelpunkt der Kugel H mit dem Einfallspunkte C verbindet.

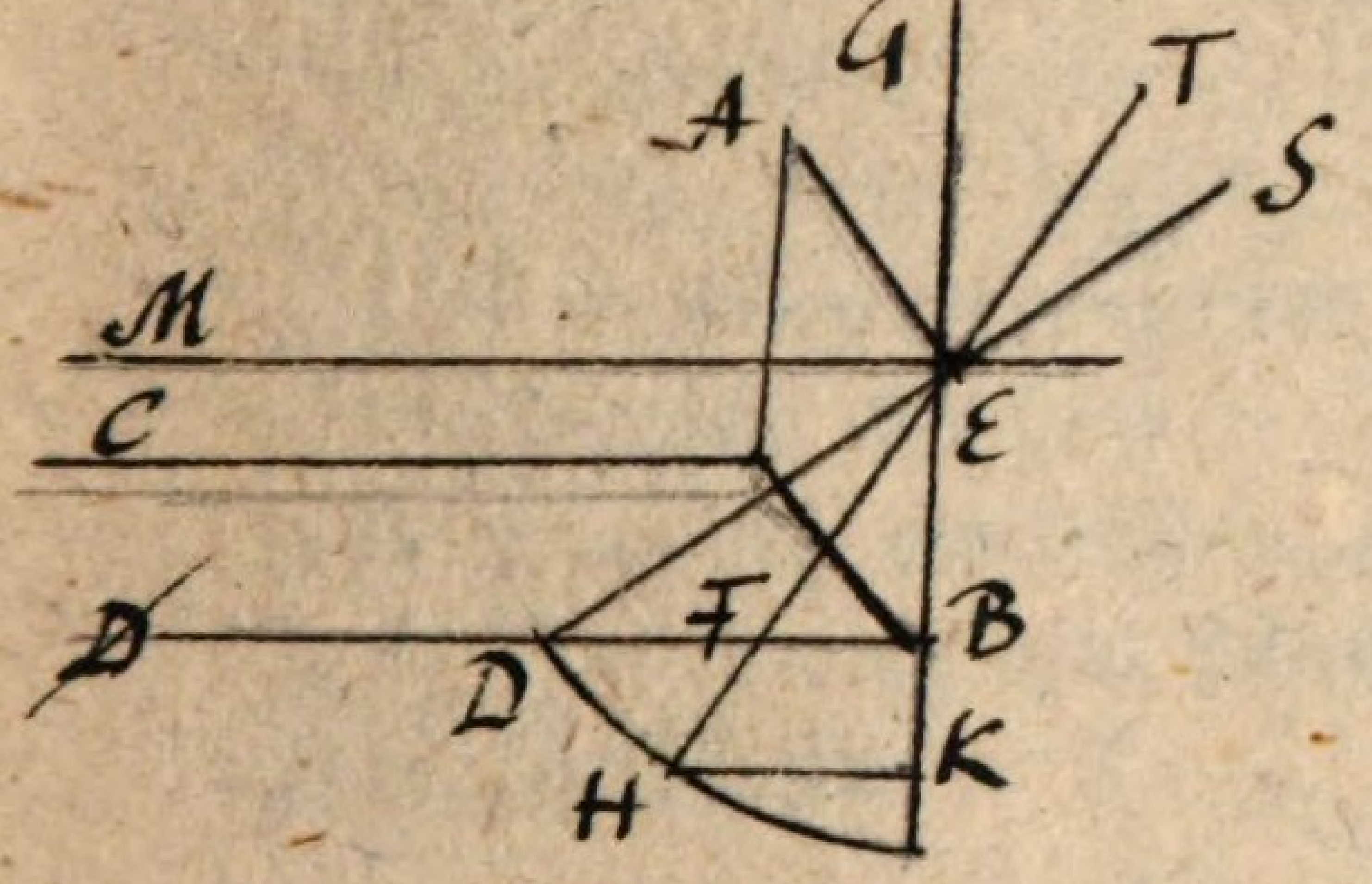
§. 3.

Aufgabe. Die allgemeinen Brechungsgesetze durch Versuche zu finden. Fig. 133.

Zwey Breter AB, BC, seyn rechtwinklicht auf einander; das aufrechtstehende AB werde von der Sonne erleuchtet, und werfe den Schatten BD. Ein ebengeschliffener gläserner Wirfel, oder ein gläsernes mit Wasser angefülltes cubisches Gefäß, passe genau an AB: so wird der Schatten nunmehr BF seyn, so daß also der Strahl aus der Lage ED, in die Lage EF gebracht wird. Nimmt man nun ED als Halbmesser an: so ist DB, der Sinus des Neigungswinkel DEB, und HK, der Sinus des gebrochenen Winkels FEB.

Zusatz. 1. Die Punkte D, F, B, finden sich jederzeit in einer geraden Linie; daher ist der gebrochene Strahl EF mit dem einfallenden ED, und dem Einfallslothe GEB, in einer Ebene, welche auf der brechenden Fläche senkrecht ist, und die Brechungsebene, planum refractionis, heißt.

2. So wie der Strahl aus der Lage SED in die Lage TEF kommt: so kommt ein Strahl aus der Lage FET wiederum in die Lage DES, das ist, gehet ein Lichtstrahl aus


G
A
T
S
M
E
C
F
B
D
D
K
H

aus einem dünnern Mittel in ein dichteres über, z. B. aus Luft in Glas oder in Wasser: so wird er dem Einfallslothe GEB zugelenkt; gehet er aber aus einem dichtern Mittel in ein dünneres über, z. B. aus Glas oder aus Wasser in Luft: so wird er von dem Einfallslothe BEG, eben so viel wieder abgelenkt. Kürzer: die Brechungsverhältniß in dem einen, ist die umgekehrte in dem andern Falle.

3. Nach Verschiedenheit des Glases oder des Wassers, oder einer jeden andern dergleichen Masse, fällt auch die Brechungsverhältniß verschiedentlich aus; bey einerley Glase oder Wasser oder sonst dergleichen, bleibt hingegen die durch oben beschriebenem, oder besser durch andre genauere Versuche, einmahl gefundne Brechungsverhältniß einerley, der Neigungswinkel sey, welcher er wolle. Im Durchschnitte, und wo es um keine große Genauigkeit zu thun ist, findet man den Sinus des Neigungswinkels, zum Sinus des gebrochenen Winkels, beym Uebergang des Strahls: aus Luft in Glas = 3 : 2; aus Glas in Luft = 2 : 3; aus Luft in Wasser = 4 : 3; aus Wasser in Luft = 3 : 4; aus Wasser in Glas = 9 : 8; aus Glas in Wasser = 8 : 9.

4. Der senkrecht auffallende Strahl gehet ungebrochen durch, und ein Strahl wird desto weniger gebrochen, je weniger er von dem Einfallslothe abweicht; desto mehr hingegen, je mehr er davon abweicht.

§. 4.

Lehnsatz. Bey kleinen Winkeln, die nicht über 9 Grad betragen, kann die Verhältniß der Winkel anstatt der Verhältniß ihrer Sinus gesetzt werden, ohne daß der Unterschied eine Minute betrage.

Man

Man setze die Einfallswinkel 3, 6, 9, 12, 15 Grade, und die Brechungsverhältniß aus Luft in Glas 3 : 2, so sind, wenn man die Winkel statt ihrer Sinus setzt, die Brechungswinkel 2, 4, 6, 8, 10 Grad, welche, wenn man die Verhältniß der Sinus nähme, genau folgende wären:

$\frac{2}{3}$ sin 3° = 0, 0348907 = sin $1^\circ\ 59'\ 58''$

$\frac{2}{3}$ sin 6° = 0, 0696857 = sin $3^\circ\ 59'\ 45''$

$\frac{2}{3}$ sin 9° = 0, 1042897 = sin $5^\circ\ 59'\ 10''$

$\frac{2}{3}$ sin 12° = 0, 1386078 = sin $7^\circ\ 58'\ 2''$

$\frac{2}{3}$ sin 15° = 0, 1725460 = sin $9^\circ\ 56'\ 10''$

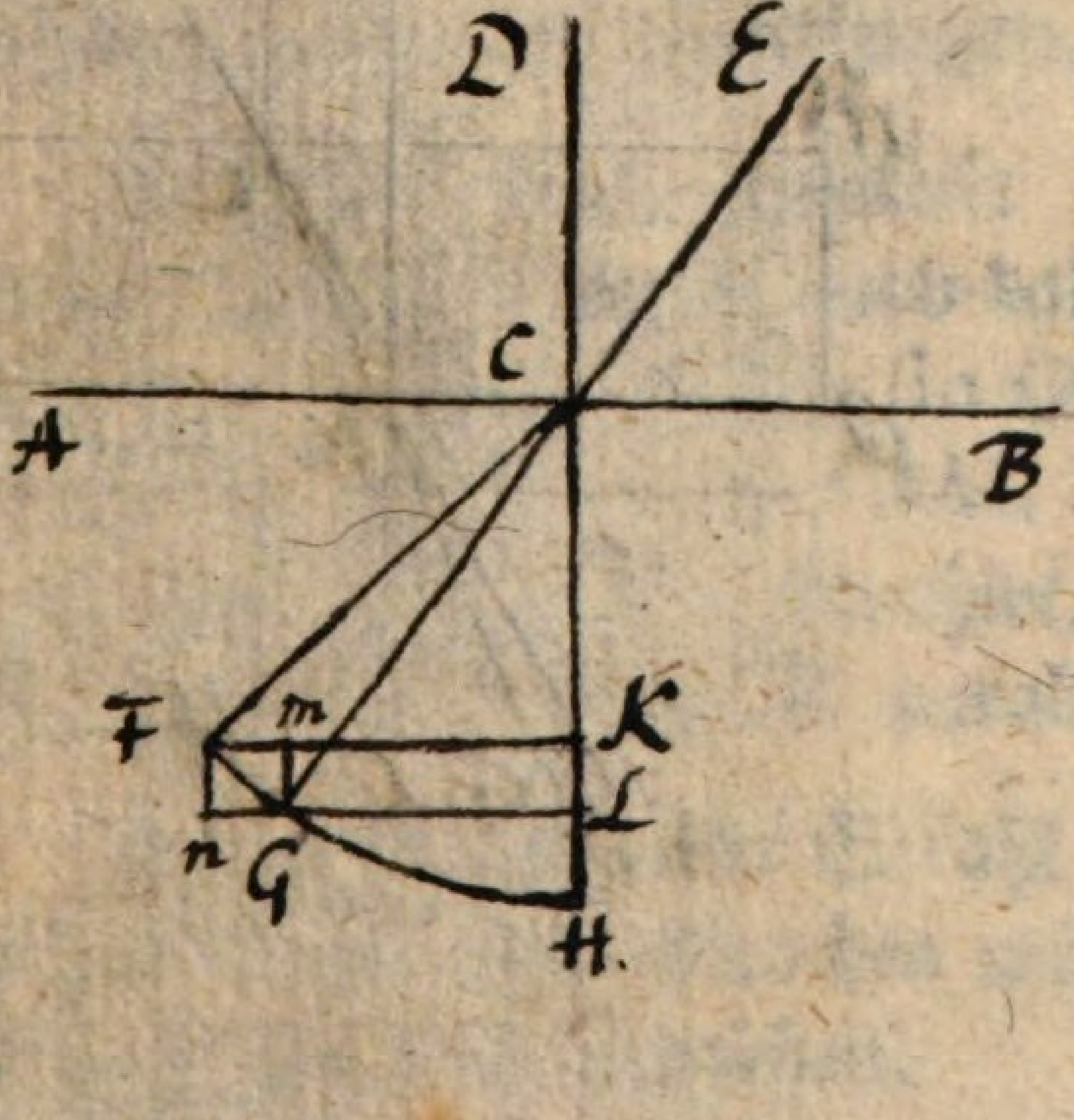
Daher sind diese von den ersten nicht um eine Minute unterschieden, so lange der Einfallswinkel nicht über 9 Grad ist; fangen aber an für grössere Einfallswinkel sehr schnell abzuweichen. Für 30 Grad beträgt der Fehler schon mehr als $\frac{1}{2}$ Grad; indem $\frac{2}{3} \cdot 30^\circ = 20^\circ$ und $\frac{2}{3}$ sin $30^\circ = 19^\circ\ 28'$.

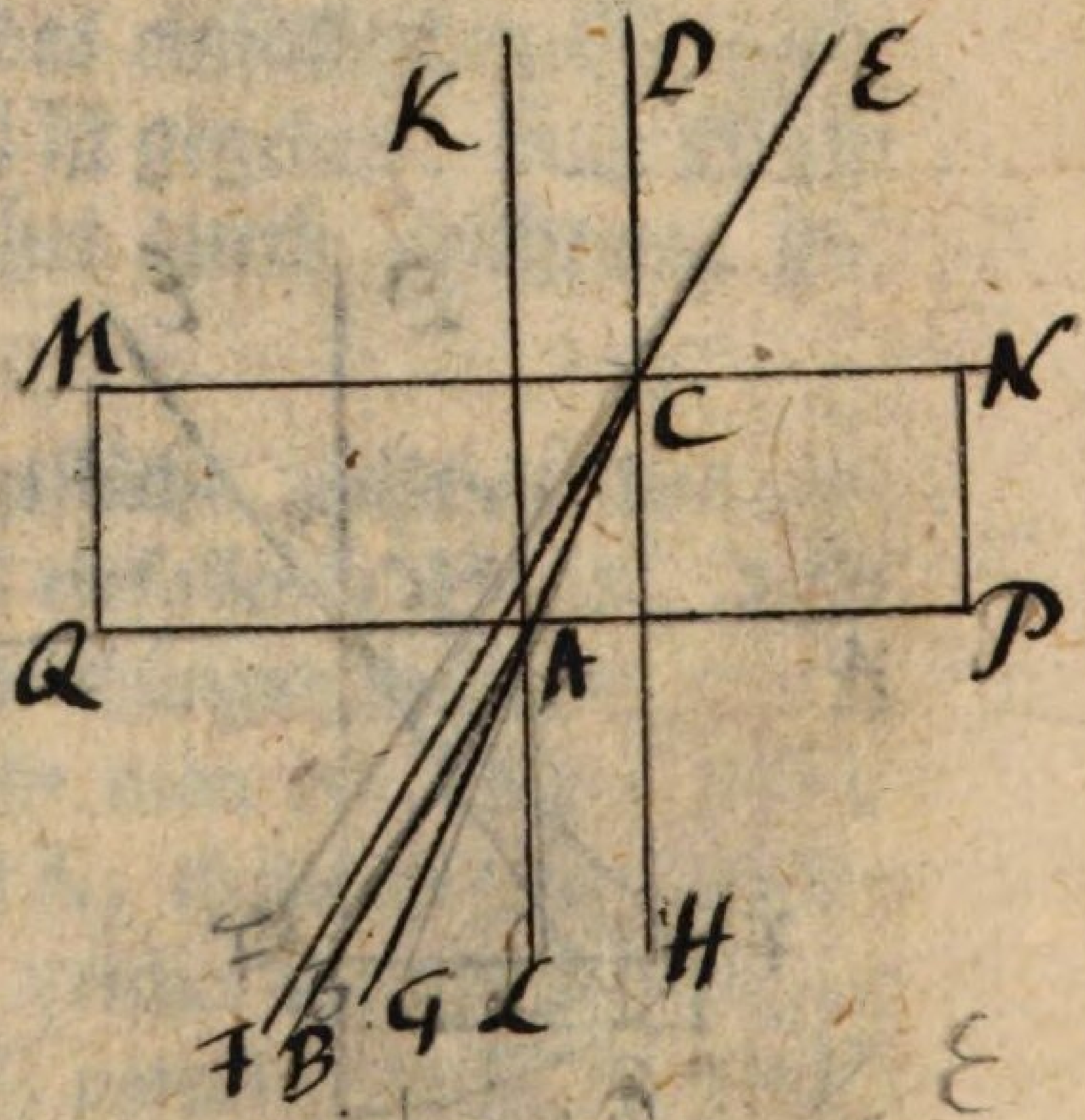
§. 5.

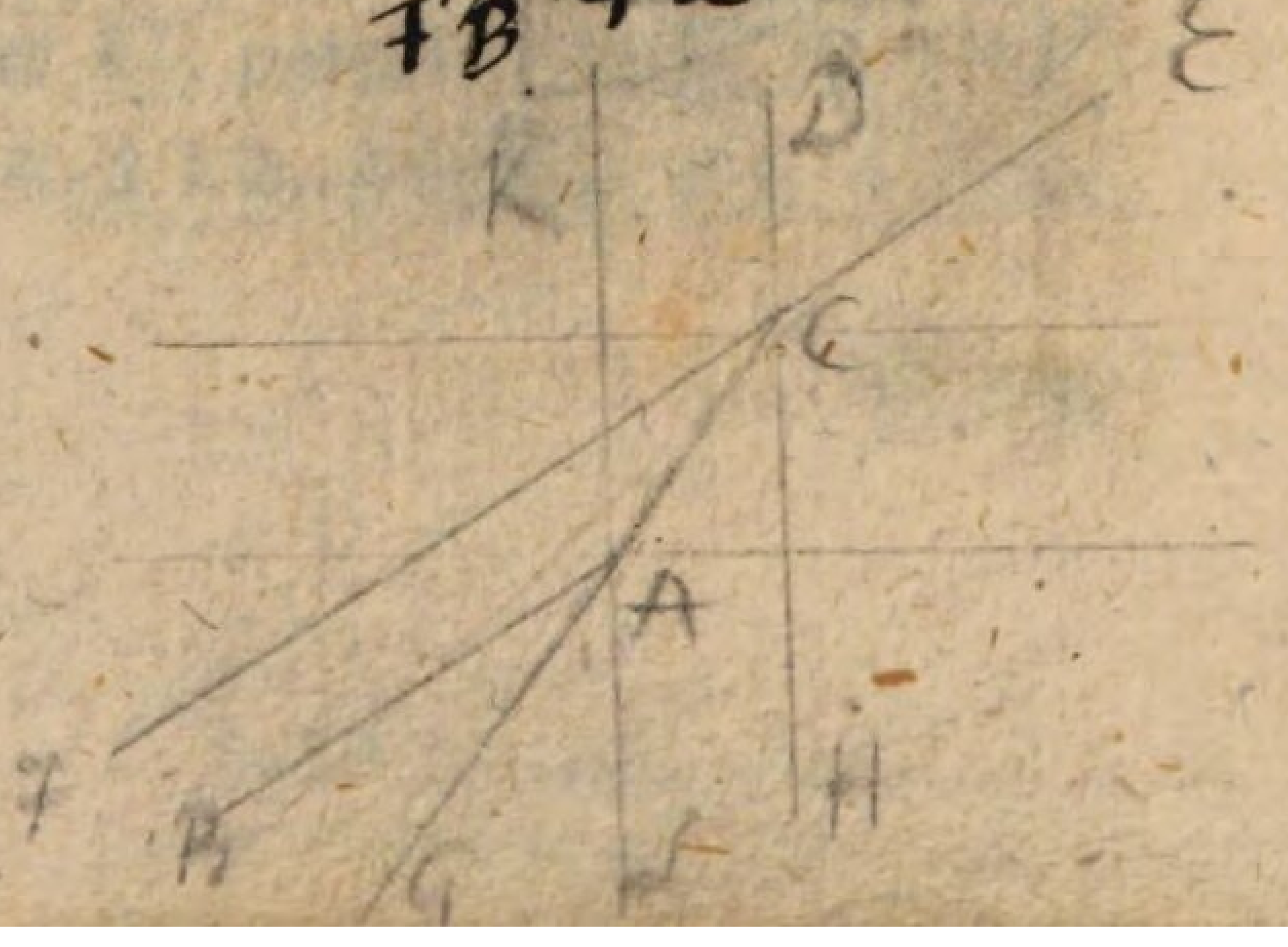
Aufgabe. Die Lage des einfallenden Strahls, und die Brechungsverhältniß ist gegeben; man soll die Lage des gebrochenen Strahls durch Zeichnung finden. Fig. 134.

Es sey AB die Brechungsfläche zwischen Luft und Glas, ECF der aus Luft in C einfallende Strahl, DCH das Einfallsloth, und die Brechungsverhältniß 3 : 2. Mit dem Halbmesser CF ziehe man den Bogen FGH, fälle von F den Perpendikel FK, theile ihn in 3 gleiche Theile, wovon Fm einer ist, errichte in m den Perpendikel mG, und ziehe GL der FK parallel: so ist GL = mK = $\frac{2}{3}$ FK, oder FK : GL = 3 : 2, folglich §. 3. CG der gebrochene Strahl.

Gienge


D
E
C
A
B
F
m
K
L
n
G
H.


K
D
E
M
C
N
Q
A
P
H
F
B
G
L


E
D
K
C
A
H

Gienge der Strahl GC aus Glas in Luft: so ziehe man mit dem Halbmesser CG den Bogen HGF, fälle den Perpendikel GL, verlängere ihn nach n bis $Gn = \frac{3}{2} GL$, errichte in n den Perpendikel nF, und ziehe FCE; da denn CE der gebrochene Strahl, §. 3. Zus. 2.

Zusatz. 1. Bey dieser Operation kann man anstatt der Sinus auch die Winkel selbst nehmen, wofern sie nicht über 30 Grad betragen, §. 4.

2. Da §. 3. $\sin FCH : \sin GCH = 3 : 2$, so ist $\sin GCH = \frac{2}{3} \sin FCH$, folglich $\log \sin GCH = \log \sin FCH + \log \frac{2}{3} = \log \sin FCH - \log \frac{3}{2}$. Eben so ist $\sin FCH = \frac{3}{2} \sin GCH$, folglich $\log \sin FCH = \log \sin GCH + \log \frac{3}{2}$.

3. Ist die brechende Fläche nicht eben, sondern kugelförmig, wie Fig. 132: so ist §. 2. Zus. 2. wenn H der Mittelpunkt der Kugel, HC das Einfallsloth, und alles übrige mit dem obigen einerley.

§. 6.

Fällt ein Lichtstrahl EC aus Luft auf eine ebene Glastafel MP, deren Grundflächen MN, PQ, parallel sind: so ist der zum zweytenmahl gebrochene Strahl AB, dem einfallenden EC, parallel. Fig. 135.

Da MN, PQ, parallel: so sind die Einfallslothe DH, KL, auch parallel, und daher $GAL = GCH$. Nun ist §. 3. Zus. 2. $\sin FCH : \sin GCH = \sin BAL : \sin GAL$. Folglich ist II. §. 76. $BAL = FCH$, folglich, wenn man $GAL = GCH$ subtrahirt, $BAG = FCG$, folglich III. §. 41. BA der FCE parallel.

Zusatz. Fiele der Strahl EC so auf, daß er wenig oder gar nicht gebrochen würde: so wäre ECAB als eine gerade Linie anzusehen.

§. 7.

Fällt das Sonnenlicht durch eine kleine kreisförmige Oefnung in einem finstern Zimmer auf ein dreyseitiges gläsernes Prisma, dessen Seitenlinien wagrecht, und zugleich auf der Verticalfläche durch das Sonnenlicht senkrecht sind: so erscheint auf einer weissen Fläche, womit man in einiger Entfernung das durchscheinende Sonnenlicht auffängt, ein erleuchteter, mehr nach der Länge ausgebreiteter und lebhaft gefärbter, Raum, worinn die kenntlichsten Farben, mit allen dazwischen liegenden Schattirungen, von unten nach oben also auf einander folgen: roth, dunkelgelb, hellgelb, grün, hellblau, dunkelblau, violet;

Zusatz. 1. An dem im erleuchteten Raume glänzenden und ebenfalls gefärbten Staube, kann man deutlich sehen, daß die Strahlen nach dem Durchgange durch das Prisma in geraden divergirenden Linien sich ausbreiten, die gleich beym Ausgange schon die Neigung gegen einander haben, auf welche die Länge des Bildes ankommt; so daß also die Größe der Brechbarkeit von roth bis zu violet nach verschiedenen Stuffen zunimmt.

2. Läßt man eine von diesen Farben, welche man will, abgesondert von den übrigen, durch ein zweytes Prisma gehen: so findet man die Farbe des Lichts nicht weiter geändert, und den Strahl nicht weiter in mehrere getheilt, die gegen einander geneigt wären; woraus man siehet, daß jede Farbe eine bestimmte Brechbarkeit habe und behalte, deren Größe auf der Beschaffenheit der brechenden Masse beruhet. Das Licht, dessen Strahlen alle gleichviel gebrochen werden, heiße einfaches oder gleichartiges; was aber aus Strahlen besteht, davon einige mehr andre weniger gebrochen werden, zusammengesetztes oder ungleichartiges Licht.

3. Das

3. Das Sonnenlicht ist zusammengesetzt, oder ungleichartig, und besteht aus 7 Arten von einfachem oder gleichartigem Lichte, deren jede, bey einerley brechenden Masse, ihre bestimmte Brechbarkeit und Grundfarbe hat. Das Licht, für welches die Brechungsverhältniß das Mittel zwischen der grösten und kleinsten hält, heiße **Licht von mittlerer Brechbarkeit**, und seine Brechungsverhältniß die mittlere, die wir durch $n : 1$ ausdrücken wollen. Demnach wäre das grüne Licht, welches zwischen violett und roth in der Mitte liegt, Licht von mittlerer Brechbarkeit. Newton fand bey dem von ihm gebrauchtem Glase für die grünen Strahlen $n : 1 = 1,55 : 1$; für die rothen $n - \frac{1}{100} : 1$; für die violetten $n + \frac{1}{100} : 1$. Für das englische Flintglas ist die mittlere Verhältniß $n : 1 = 1,58 : 1$, und die beyden äußersten $n - \frac{3}{200} : 1$, und $n + \frac{3}{200} : 1$. Für das englische Kronglas ist die mittlere Verhältniß $n : 1 = 1,53 : 1$.

Anmerkung. Die Farbe ist weder in dem Lichte, noch in den Gegenständen, sondern in unsrer Empfindung. Wir geben indessen dem Lichte die Namen von diesen Farben, weil es die Empfindung davon in uns erregt, und den Sachen, die es erleuchtet solche Farben zu geben scheint. Ein Körper, der seine eigne Farbe hat, wirft vornemlich nur dasjenige Licht, was diese Farbe hat, von sich zurück; schickt er mehr als eine Art des Lichts zurück, so schreiben wir ihm eine gemischte Farbe zu. Die weiße Farbe ist eine Mischung aller Grundfarben in gehöriger Verhältniß, weil das gemischte Sonnenlicht weiß aussiehet.

§. 8.

Die geschliffenen und polirten Gläser, die den Hauptgegenstand der Dioptrik ausmachen, sind nach ihrer Gestalt: entweder erhoben, convex; oder hohl,

concav; oder beydes. Die erhobenen Gläser heißen Linsen, und sind entweder auf beyden Seiten erhoben, doppelte Linsen, oder auf der einen Seite erhoben, auf der andern plan, einfache Linsen. Die hohlen sind auf eben die Art entweder doppelte, oder einfache Hohlgläser. Bey der dritten Klasse heißt das Glas, dessen erhobene Seite einen kleinern Halbmesser hat als die hohle, ein Meniscus; dasjenige aber, dessen hohle Seite einen kleinern Halbmesser hat, als die erhobene, ein concav-convexes Glas.

Zusatz. 1. Eine doppelte Linse PP Fig. 136 besteht aus 2 Kugelabschnitten PAP, PBP, die mit ihrer gemeinschaftlichen kreisförmigen Grundfläche an einander schließen. Eine gerade Linie CD, die auf der gemeinschaftlichen Grundfläche in ihrem Mittelpunkte H senkrecht ist, heißt die Axe der Linse, in welcher die Mittelpunkte beyder Kugelflächen C, D, liegen. Die dem Objecte zugekehrte Seite der Linse PAP, deren Halbmesser CA, heißt die Vorderfläche, die andre abgekehrte PBP, deren Halbmesser DB, die Hinterfläche.

2. Diese Begriffe lassen sich auch auf die übrigen Gläser leicht anwenden. Eine einfache Linse stellet nur einen Kugelabschnitt vor, dessen Axe zugleich die Axe des Glases ist. Beym doppelten Hohlglase müssen die Grundflächen der Kugelabschnitte einander, und beym einfachen die plane Seite der Grundfläche der hohlen Seite parallel seyn, daß die Axe auf beyden Ebenen senkrecht werde. Die Planseite bey diesen Gläsern wird als eine Kugelfläche angesehen, deren Halbmesser unendlich groß ist.

Anmerkung 1. Die Fig. 136. ist bloß der Durchschnitt der Linse mit einer Ebene durch die Mittelpunkte ihrer Kugelflächen.

2. Man begreift auch wohl alle diese Gläser unter dem gemeinschaftlichen Namen der Linsen.

§. 9.

Die Zerstreuung des Lichts ist der Unterschied der Refraction ungleichartiger Strahlen von der mittlern Refraction. Die Abweichung des Lichts, wegen der Kugelstalt der Gläser, ist der Unterschied in der Refraction bey grössern Neigungswinkeln von der bey kleinern.

§. 10.

Die Elementar-Dioptrik lehrt die Refractionsgesetze des mittlern Lichts in Gläsern, die von einer Kugelfläche begrenzt werden, bey kleinen Neigungswinkeln, ohne noch auf die Zerstreuung und Abweichung des Lichts zu sehen; und wendet solche Gesetze auf den Bau des menschlichen Auges, und auf die gemeinsten dioptrischen Werkzeuge an.

Zusatz. Die mittlere Brechungsverhältniß wird bey diesen Untersuchungen allgemein $n : 1$ gesetzt, und muß für jede Glasart durch Versuche gefunden werden, welches ein Geschäfte der Physik ist. Sollen aber die gegebenen Regeln durch Beyspiele erläutert werden, wozu eine bestimmte Brechungsverhältniß nöthig ist: so setzen wir §. 3. Zus. 3. dafür die Verhältniß $3 : 2$, folglich $n = \frac{3}{2}$, oder die Verhältniß $31 : 20$, folglich $n = \frac{31}{20}$.

II. Vereinigungsweiten gebrochener Strahlen.

§. 11.

Aufgabe. Ein Strahl EM, von einem Punkte der Axe E, fällt auf die Linse PP, unter einem kleinen

Neigungswinkel, und wird von der Vorderfläche nach MO gebrochen, daß er die Axe in O schneidet; man soll die Lage des Strahls nach der ersten Brechung finden. Fig. 136.

Die Lage des Strahls nach der ersten Brechung wird durch AO, und AOM bestimmt. Es sey aber die Distanz des leuchtenden Punks EA = a; die Lage des einfallenden Strahls gegen die Axe AEM = φ; der Halbmesser der Vorderfläche CA = f; auch ist EMc der Neigungs- CMO der Brechungswinkel, und nach der Voraussetzung §. 10. und 4. EMc : CMO = n : 1.

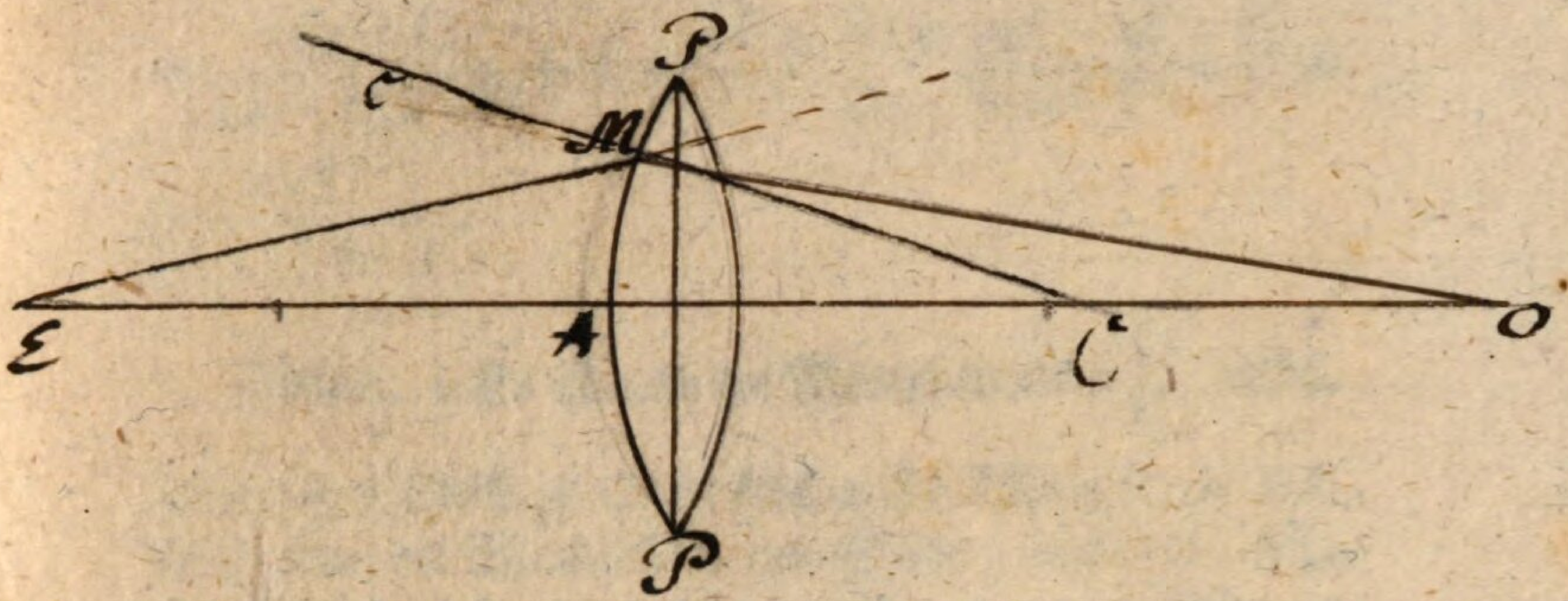
Im $\triangle$CME ist IV. §. 48. 42. CM : EC = sin. φ : sin. EMc, oder, wobey man §. 4. die Winkel statt der Sinus setzt, f : a + f = φ : EMc folglich EMc $= \frac{a+f}{f} \cdot \varphi$. Nun ist nach obigen n : 1 = $\frac{a+f}{f} \cdot \varphi$: CMO. Folglich ist CMO $= \frac{a+f}{nf} \cdot \varphi$.

Da III. §. 46. ECM = EMc — AEM = $\frac{a+f}{f} \cdot \varphi - \varphi = \frac{a\varphi + f\varphi - f\varphi}{f} = \frac{a}{f}\,\varphi$: so ist

$$\text{COM} = \text{ECM} - \text{CMO} = \frac{a}{f}\,\varphi - \frac{a+f}{nf} \cdot \varphi =$$

$$\frac{na - a - f}{nf} \cdot \varphi = \frac{(n-1)\,a - f}{nf} \cdot \varphi.$$

Im $\triangle$MCO ist auf eben die Art sin. COM: sin. CMO = CM : CO, das ist, wenn man die Winkel statt der Sinus setzt, $\frac{(n-1)\,a - f}{nf}\,\varphi : \frac{a+f}{nf}\,\varphi$ = f : CO, oder (n − 1) a − f : a + f = f : CO, folglich


P
c
M
E
A
C
O
P

folglich $CO = \frac{f(a+f)}{(n-1)a-f}$, folglich $AO = CO + AC$

$$= \frac{f(a+f)}{(n-1)a-f} + f = \frac{af + ff + naf - af - ff}{(n-1)a-f} = \frac{naf}{(n-1)a-f}.$$

Zusatz. 1. Es ist auch der Winkel $AOM = \frac{AE}{AO} AEM$.

Denn im $\triangle OME$ ist $OM : EM = \sin. AEM : \sin. AOM$. Setzt man die Winkel statt der Sinus, und AO, AE, statt OM, EM, als welche der Axe sehr nahe sind: so hat man $AO : AE = AEM : AOM$, folglich $AOM = \frac{AE}{AO} . AEM$.

2. Schneidet der auffallende Strahl die Axe hinter dem Glase, daß EA eine entgegengesetzte Lage bekömmt, folglich a negativ wird: so ist $AO = \frac{-naf}{-(n-1)a-f}$

$$= \frac{-naf}{-((n-1)a+f)} = \frac{naf}{(n-1)a+f}.$$

3. Ist die brechende Fläche concav, daß CA eine entgegengesetzte Lage bekömmt, folglich f negativ wird: so ist $AO = \frac{-naf}{(n-1)a+f} = -\frac{naf}{(n-1)a+f}$, welches anzeigt, daß AO eine entgegengesetzte Lage hat, folglich der Punkt O vor der brechenden Fläche liegt.

4. Fällt der Strahl divergent von der Axe auf eine convexe Fläche, wie im Satze angenommen ist, gehet aber aus Glas in Luft: so sey nun die Brechungsverhält-

niß p : 1, welche §. 3. Zus. 2. die umgekehrte vorige Verhältniß ist; daher p : 1 = 1 : n, folglich $p = \frac{1}{n}$, welches man in die Formel anstatt n setzt. Dies giebt

$$AO = \frac{\frac{1}{n}af}{\left(\frac{1}{n}-1\right)a-f} = \frac{\frac{1}{n}af}{\frac{(1-n)a-nf}{n}} = \frac{af}{(1-n)a-nf}.$$

5. Fällt der Strahl convergent mit der Axe auf eine concave Fläche, und gehet aus Glas in Luft: so ist a und f negativ, und wieder $p = \frac{1}{n}$. Dies giebt

$$AO = \frac{\frac{1}{n}af}{f-\left(\frac{1}{n}-1\right)a} = \frac{af}{nf-(1-n)a} = \frac{af}{nf+(n-1)a}.$$

6. Alle diese Veränderungen lassen sich eben so auch mit der Formel für den Winkel $AOM = \frac{(n-1)a-f}{nf}.\varphi$ vornehmen. Z. E. im letzten Falle, wo ein Strahl aus Glas in Luft gieng, und convergent mit der Axe auf eine concave Fläche fiel, war a und f negativ, $\frac{1}{n}$ statt n zu setzen. Demnach wird $AOM = \frac{f-\left(\frac{1}{n}-1\right)a}{-\frac{1}{n}f}.\varphi = \frac{nf-(1-n)a}{-f}\varphi = \frac{nf+(n-1)a}{-f}\varphi$. Dies giebt

für

für AOM eine entgegengesetzte Lage, wo der Punkt M unter der Axe ist. Will man denselben über der Axe haben: so gebe man dem Winkel φ eine entgegengesetzte Lage, und setze $-\varphi$ anstatt $+\varphi$.

Anmerkung. Für Anfänger ist es eine gute Uebung, wenn sie sich für die besondern Fälle, auch besondre Figuren entwerfen, und darauf die Rechnungen einrichten, wie sie bey der Figur des Satzes eingerichtet sind. In jedem Falle, den man hiebey zum Grunde der Rechnung legt, sind alle Linien und Winkel als positiv anzusehen, und werden negativ, wenn sie in einem andern Falle eine entgegengesetzte Lage bekommen.

§. 12.

Aufgabe. Der Strahl der ersten Brechung MO, wird von der Hinterfläche der Linse in N nach NF gebrochen, daß er die Axe in F schneidet; man soll die Lage des Strahls nach der zweyten Brechung finden. Fig. 136.

Die Lage des Strahls nach der zweyten Brechung wird durch BF, und BFN bestimmt. Es sey aber $BF = \alpha$, der Halbmesser der Hinterfläche $DB = g$, die halbe Dicke des Glases $HB = v$, $HO = k$, folglich $BO = k - v$.

Durch die erste Brechung ist der Strahl in die Lage MNO gekommen, in welcher er also convergent mit der Axe auf die concave Hinterfläche in N fällt, und aus Glas in Luft gehet. Daher ist hier der Fall §. 11. Zus. 5. nur daß BF statt AO, $k - v$ statt a, und g statt f zu setzen ist. Demnach ist $BF = \alpha = \frac{(k-v)\,g}{ng + (n-1)(k-v)}$.

Der Winkel BFN wird nach §. 11. Zus. 1. bestimmt, nur daß $-$ BO statt AE, $-$ AOM statt AEM, und BF

statt AO zu setzen ist. Hiernach ist $BFN = \frac{BO}{BF} \cdot AOM$.

Nun war §. 11. Zus. 1. $AOM = \frac{AE}{AO} \cdot AEM$. Folglich ist $BFN = \frac{BO}{BF} \cdot \frac{AE}{AO} \cdot AEM = \frac{BO}{AO} \cdot \frac{AE}{BF} \cdot AEM$

$= \frac{k-v}{k+v} \cdot \frac{a}{\alpha} \cdot \varphi$.

Zusatz. 1. Braucht man auf die Dicke des Glases nicht zu achten: so ist v gegen k nur gering, und wird als Null angesehen.

2. Ist $v = 0$, so ist $BFN = \frac{k}{k} \cdot \frac{a}{\alpha} \varphi = \frac{a}{\alpha} \varphi$.

3. Ist $v = 0$, so ist $k = AO = \frac{naf}{(n-1)a-f}$ §. 11. und

$\alpha = \frac{kg}{(n-1)k+ng} = \frac{nafg}{(n-1)a-f} : (n-1) \frac{naf}{(n-1)a-f} + ng$

$= \frac{nafg}{(n-1)a-f} : \frac{(n-1)naf + (n-1)ang - nfg}{(n-1)a-f} =$

$\frac{nafg}{(n-1)naf + (n-1)nag - nfg} = \frac{afg}{(n-1)(f+g)a - fg}$.

§. 13.

Aufgabe. Für die Halbmesser der brechenden Flächen f, g, brauchbare Formeln zu finden.

Da §. 12. 11. $k + v = AO = \frac{naf}{(n-1)a-f}$, so ist

$(n-1)(k+v)a - (k+v)f = naf$, folglich $(n-1)(k+v)a$

$= na + (k+v)f$, folglich $\frac{(n-1)(k+v)a}{k+v+na} = f$.

Da §. 12. $\alpha = \frac{(k-v)g}{(n-1)(k-v)+ng}$, so ist $(n-1)(k-v)\alpha + ng\alpha = (k-v)g$, folglich $(n-1)(k-v)\alpha = \overline{(k-v)-n\alpha}.\,g$, folglich $\frac{(n-1)(k-v)\alpha}{k-v-n\alpha} = g$.

Zusatz. 1. Aus der ersten Formel folgt $n-1 = \frac{k+v+na}{(k+v)a}f$, folglich $\frac{n-1}{f} = \frac{k+v}{(k+v)a} + \frac{na}{(k+v)a} = \frac{1}{a} + \frac{n}{k+v}$. Aus der zweyten Formel folgt auf eben die Art $\frac{n-1}{g} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{k-v}$.

2. Da §. 12. aus der Formel für α folgt, $k-v = \frac{n\alpha g}{g-(n-1)\alpha}$, und §. 11. $k+v = AO = \frac{naf}{(n-1)a-f}$: so ist $\frac{k-v}{k+v} = \frac{n\alpha g}{g-(n-1)\alpha} \cdot \frac{(n-1)a-f}{naf} = \frac{\alpha g.\overline{(n-1)a-f}}{af.\overline{g-(n-1)\alpha}}$.

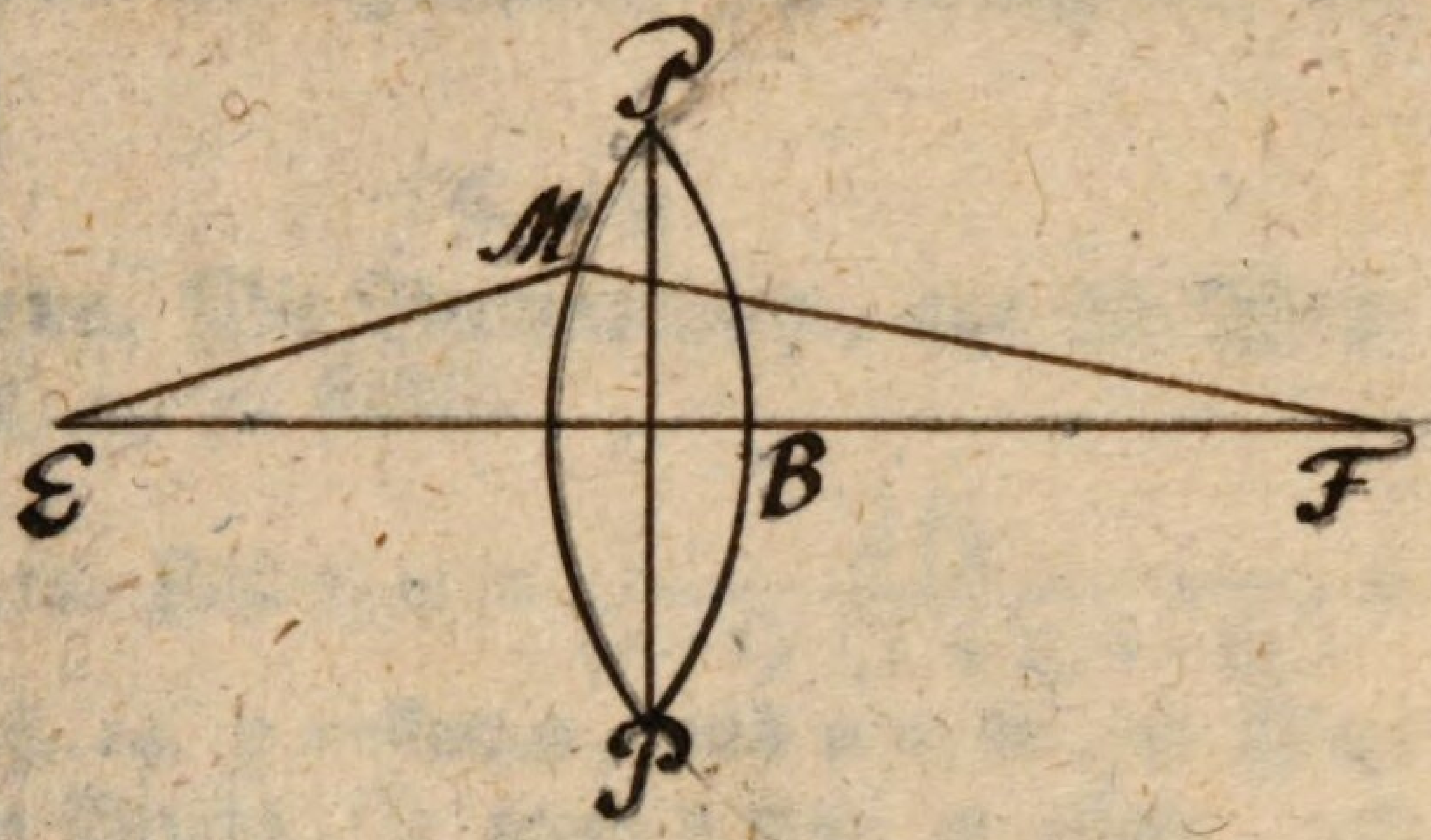
3. Ist $v=0$, so wird aus Zus. 1. $\frac{n-1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{n}{k}$, und $\frac{n-1}{g} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{k}$, folglich $\frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, folglich, wenn man die Brüche gleichnamig macht, $\frac{(n-1)(f+g)}{fg} = \frac{a+\alpha}{a\alpha}$, folglich $\frac{fg}{f+g} = \frac{(n-1)a\alpha}{a+\alpha}$.

4. Ist $v = 0$, und $f = g$, so wird aus Zus. 1. $\frac{1}{a} + \frac{n}{k} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{k}$, folglich $\frac{2n}{k} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{a} = \frac{a-\alpha}{a\alpha}$, folglich $k = \frac{2na\alpha}{a-\alpha}$.

§. 14.

Der Punkt F, worinn die Strahlen, die wie EM von einem leuchtenden Punkte E auf das Glas PP fallen, nach der doppelten Brechung die Axe des Glases schneiden, heißt der Vereinigunspunkt solcher Strahlen, oder das Bild des leuchtenden Punktes E; und der Abstand desselben vom Glase BF, die Vereinigungsweite, oder die Weite des Bildes. Schneiden solche Strahlen die Axe hinter dem Glase, so daß $BF = \alpha$ positiv ist, so heißt der Vereinigungspunkt, oder das Bild physisch; schneiden sie aber erst, wenn man sie verlängert, die Axe vor dem Glase, so daß die Vereinigungsweite α negativ ist, so heißt solches Bild oder Punkt geometrisch. Fallen die Strahlen parallel mit der Axe auf das Glas, so heißt ihr Vereinigungspunkt der Brennpunkt des Glases, und seine Entfernung vom Glase die Brennweite des Glases. Dieser Punkt ist als das Bild eines unendlich weit entfernten leuchtenden Punktes zu betrachten, und ebenfalls entweder physisch, oder geometrisch. Fig. 136.

Zusatz. Ein leuchtender Punkt E schickt auf das Glas einen Strahlenkegel, und es giebt von allen Strahlen desselben, wie von EM, unter eben der Voraussetzung die Formel für $BF = \alpha$ §. 12. Demnach werden alle diese Strahlen, wenn sie unweit der Axe einfallen, so gebrochen, daß sie sich in F vereinigen. Ist nun F hinter dem Glase, so empfängt das Auge hinter F die Strahlen so, als wenn F ein leuchtender Punkt wäre; daher ist F ein Vereinigungspunkt, punctum concursus, oder wirkliches, physisches Bild des leuchtenden Punktes E. Ist hingegen F vor dem Glase, so gehen die gebrochenen Strahlen divergent ins Auge, und erregen eine Empfindung, als kämen sie von F vor dem Glase, daher F alsdenn


P
M
E
B
F
P

denn eigentlich ein Zerstreuungspunkt, punctum dispersus, und nur ein eingebildetes, geometrisches Bild von E ist.

§. 15.

Aufgabe. Die Brennweite p, aus der Weite des Bildes, α, zu finden.

Da §. 12. Zus. 3. $\alpha = \frac{afg}{(n-1)(f+g)a - fg}$, so setze man §. 14. p anstatt α, und $a = \infty$, so ist im Nenner des Bruchs, fg gegen a nicht zu achten, und $p = \frac{fg}{(n-1)(f+g)}$.

Zusatz. 1. Ist f=g, so ist $p = \frac{ff}{(n-1)\,2f} = \frac{f}{2(n-1)}$, folglich $2(n-1)\,p = f$. Wäre z. E. $n = \frac{31}{20}$, so wäre $p = \frac{10}{11} f$, und $f = \frac{11}{10} p$. Wäre $n = \frac{3}{2}$, so wäre $p = f$.

2. Aus $\frac{p}{1} = \frac{fg}{(n-1)(f+g)}$ folgt $\frac{1}{p} = \frac{(n-1)(f+g}{fg} = \frac{a+\alpha}{a\alpha}$ §. 13. Zus. 3. folglich $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$. Ist $a = \alpha$, so ist $p = \frac{a}{2}$.

3. Aus $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ folgt $ap + \alpha p = a\alpha$ folglich $ap = (a-p)\,\alpha$, folglich $\frac{ap}{a-p} = \alpha$. Demnach ist $a + \alpha = a + \frac{ap}{a-p} = \frac{a^2 - ap + ap}{a-p} = \frac{a^2}{a-p}$ und $\alpha - p = \frac{ap}{a-p} - p = \frac{ap - ap + p^2}{a-p} = \frac{p^2}{a-p}$.

4. Aus

4. Aus $ap + \alpha p = a\alpha$ folgt $\alpha p = (\alpha - p)\, a$, folglich $\frac{\alpha p}{\alpha - p} = a$.

§. 16.

Aufgabe. Die Brechung in einer Kugel zu bestimmen. Fig. 136.

Ist PP eine Kugel, deren Halbmesser r: so ist $f = g = r$, und $v = r$, folglich §. 12. $\alpha = \frac{(k-r)\,r}{(n-1)(k-r) + nr}$, wo $k = HO$, folglich $k + r = AO = \frac{nar}{(n-1)\,a - r}$ §. 11. folglich $k + r - 2r = \frac{nar}{(n-1)\,a - r} - 2r$, das ist, $k - r = \frac{nar - (2n+2)\,ar + 2rr}{(n-1)\,a - r} = \frac{(2-n)\,ar + 2rr}{(n-1)\,a - r}$. Bringt man diesen Werth von $k - r$ in die Gleichung für α: so erhält man zum Zähler $\frac{(2-n)\,ar + 2rr}{(n-1)\,a - r} \cdot r$, und zum Nenner $\frac{(n-1) \cdot \overline{(2-n)\,ar + 2rr}}{(n-1)\,a - r} + nr$. Bringt man beyde Theile des Nenners unter einerley Benennung und dividirt den Zähler mit dem Nenner: so hebt sich $(n - 1)\, a - r$, und man erhält

$$\alpha = \frac{\overline{(2-n)\,ar + 2rr} \cdot r}{(n-1) \cdot \overline{(2-n)\,ar + 2rr} + \overline{(n-1)\,a - r} \cdot nr}$$

$$= \frac{(2-n)\,ar + 2rr}{2(n-1)\,a + (n-2)\,r}.$$

Zusatz.

Zusatz. Ist a = ∞, so verschwindet im Zähler ar, und im Nenner (n − 2) r. Demnach ist $p = \frac{(2-n)\,ar}{2(n-1)a} = \frac{(2-n)\,r}{2\,(n-1)}$. Wäre z. E. $n = \frac{31}{20}$, so wäre $p = \frac{9}{22}\,r$. Wäre $n = \frac{3}{2}$, so wäre $p = \frac{1}{2}\,r$.

§. 17.

Aufgabe. Es sey aus der Mitte der Linse H, deren Axe EHF, ein Kreisbogen Eε beschrieben, von dessen Endpunkte ε Strahlen auf die Linse fallen; man soll ihren Vereinigungspunkt finden. Fig. 137.

Die von ε in Menge auffallenden Strahlen, werden von der Linse auf mannichfaltige Art gebrochen. Unter diesen Arten muß es auch eine geben, da die Tangenten in den Punkten p, q, wo der Strahl auffält, und wo er ausfährt, einander parallel sind. Alsdenn ist es eben so, als gienge dieser Strahl durch ein Planglas, so daß §. 6. der ausgehende Strahl qζ dem eingehenden εp parallel wird, und bey dem kleinen Neigungswinkel die Brechung so gering ausfällt, daß §. 6. Zus. εpqζ als eine gerade Linie anzusehen ist, die ganz oder doch nahe durch die Mitte der Linse H gehet, wenn die Dicke des Glases nur gering ist. Diese Linie hat demnach die Eigenschaft der Linie EHF, oder der Axe, welche auch ungebrochen durch die Mitte der Linse gehet; und ist demnach für den Punkt ε außer der Axe das, was die EHF für den Punkt E in der Axe ist, so daß die Strahlen von ε eben so in $\varepsilon\zeta$, wie die von E in EF, in gleicher Weite von H ihren Vereinigungspunkt haben. Ist demnach F der Vereinigungspunkt in der Axe, und man beschreibt aus H den Bogen Fζ: so ist ζ der Vereinigungspunkt außer der Axe, und ζ das Bild von ε, so wie F von E. Einen strengen Beweiß dieses Satzes, der mit obigen Schlüssen einerley

Resultat

Resultat giebt, findet man in Herrn Professors Klügel analytischen Dioptrik §. 28 bis 31; aus welcher vortreflichen Schrift dasjenige, was zur Elementar-Dioptrik gehöret, hier genommen ist.

Zusatz. 1. Von den Strahlen die ein leuchtender Punkt auf die Linse schickt, heißt derjenige, der durch die Mitte der Linse ungebrochen durchgehet, der mittlere Strahl oder der Hauptstrahl, wie EF für E, und $\varepsilon\zeta$ für ε, worinn der Vereinigungspunkt der gebrochenen Strahlen ist.

2. Alle Punkte des Bogens $E\varepsilon$ machen ihre Bilder in dem Bogen $F\zeta$; indem jeder dieser Punkte einen Strahlenkegel auf die Linse sendet, dessen Hauptstrahl durch den Bogen $F\zeta$ abgeschnitten wird. Daher ist $F\zeta$ das Bild von $E\varepsilon$.

3. Wäre $E\varepsilon$ eine gerade auf EF senkrechte Linie, so klein, daß sie von dem Bogen $E\varepsilon$ nicht merklich unterschieden ist; so ist ihr Bild auch eine gerade Linie $F\zeta$ senkrecht auf FE; und die Fläche, welche $F\zeta$ beym Umdrehen um die Axe beschreibt, das Bild der von $E\varepsilon$ beschriebenen Fläche.

4. Das Bild ist aufrecht, oder verkehrt, je nachdem es mit dem Objecte auf einerley Seite der Axe liegt, oder nicht. Der letzte Fall ist in der Figur; beym ersten Falle wird der Werth von $F\zeta$ negativ.

5. Die Durchmesser des Objects $E\varepsilon$ und des Bildes $F\zeta$ verhalten sich, die Dicke des Glases nicht gerechnet, wie ihre Entfernungen vom Glase a, α. Denn da bey H Verticalwinkel, und $E\varepsilon$, $F\zeta$, senkrecht: so sind die Triangel ähnlich, und $E\varepsilon : F\zeta = EH : HF = a : \alpha$, folglich auch $F\zeta = \frac{\alpha}{a} \cdot E\varepsilon$.

6. Da

6. Da §. 15. Zus. 2. $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$: so lassen sich für einerley Brennweite p die Entfernungen a, α, auf unzählige Art verändern so, daß je größer a, desto kleiner α, folglich auch desto kleiner Fζ wird. Für $a = \infty$ wird α, und mit ihm Fζ am kleinsten.

7. Ist das leuchtende Object die Sonne, also in einer unendlichen Entfernung: so vereinigt eine Linse ihre Strahlen in einen kleinen Raum, welcher daher der **Brennraum**, so wie dessen Mittelpunkt der **Brennpunkt** heißt, §. 14.

Anmerkung. Die Flamme eines Lichts zeigt sich auf einer Ebene hinter einer Linse umgekehrt, desto größer und weiter vom Glase, je näher die Flamme dem Glase ist, und umgekehrt.

§. 18.

Ein Glas mit positiver Brennweite, oder physischem Brennpunkte, welches ein physisches Bild darstellt, heißt ein **Sammlungsglas**; ein Glas mit negativer Brennweite, oder geometrischem Brennpunkte, welches ein geometrisches Bild darstellt, heißt ein **Zerstreuungsglas**.

Zusatz. Durch ein Sammlungsglas macht die Sonne ein Bild, das vielmahl kleiner ist als das Glas, welches die Sonnenstrahlen auffängt, die daher in einen so engen Raum zusammengebracht werden, daß sie durch ihre Hitze entzündbare Sachen in Brand setzen, weshalb das Sammlungsglas auch als **Brennglas** dienen kann.

§. 19.

Die doppelte und einfache Linse, wie auch der Meniscus sind Sammlungsgläser.

Erstlich. In der Formel §. 15. $p = \frac{fg}{(n-1)(f+g)}$ ist für die doppelte Linse f und g, das ist, beyde Halbmesser, positiv, folglich auch p positiv; für die einfache Linse, der eine Halbmesser, etwa f, als unendlich anzusehen, und daher g dagegen für nichts zu achten, folglich $p = \frac{fg}{(n-1)f} \; \frac{g}{n-1}$, und daher positiv, weil g positiv ist; für den Meniscus der eine Halbmesser f positiv, der andre g negativ und $>$ f, folglich $p = \frac{-fg}{-(n-1)(g-f)}$ auch positiv. (§. 8.)

Zweytens. In der Formel §. 15. Zus. 3. $\alpha = \frac{ap}{a-p}$, ist für alle 3 Gläser p, folglich auch α positiv, daher ein physisches Bild entstehet.

Zusatz. 1. So lange $a > p$, bleibt α positiv. Je kleiner a, desto größer wird α; je größer a, desto kleiner wird α. Wäre $a = \infty$, so wäre p im Nenner nicht zu achten, folglich $\alpha = \frac{ap}{a} = p$, für das Brennglas.

2. Wird $a = p$, so ist $\alpha = \frac{aa}{0} = \infty$ das ist, es entsteht ein unendlich entferntes Bild, folglich gar keins; die Strahlen gehen nach der Brechung parallel, und können kein Bild formiren.

3. Wird $a < p$, so ist $\alpha = -\frac{ap}{p-a} = \frac{-p}{\frac{p}{a}-1}$ $= \frac{-a}{p-a} \cdot p$, ein uneigentlicher Bruch. Demnach entsteht

steht hier ein geometrisches Bild, das weiter vom Glase, folglich auch größer, als das Object, auch aufgerichtet ist.

4. Ist a negativ, so ist $\alpha = \frac{-ap}{-(a+p)} = \frac{a}{a+p} \cdot p < p$. Sind daher Strahlen, durch die Brechung in einer Glaslinse, in eine solche Lage gebracht, daß sie hinter dem Glase zusammenlaufen würden: so kann man sie vor ihrer Vereinigung mit einer andern Glaslinse, die alsdenn ein Collectivglas heißt, auffangen; da denn für dieses zweyte Glas a negativ, folglich $a = \frac{a}{a+p} \cdot p$, ist.

§. 20.

Das doppelte und einfache Hohlglas, wie auch das concavconvexe Glas, sind Zerstreuungsgläser.

Erstlich. Beym doppelten Hohlglase sind f und g negativ, folglich $p = \frac{fg}{-(n-1)(f+g)}$; beym einfachen Hohlglase ist g negativ, und f unendlich, folglich $p = \frac{fg}{(n-1)f} = \frac{-g}{n-1}$; beym concavconvexen Glase ist g negativ und kleiner als f, folglich $p = \frac{-fg}{(n-1)(f-g)}$.

Zweytens. Da für alle 3 Gläser p negativ ist: so ist $\alpha = \frac{-ap}{a+p} = \frac{-a}{a+p} \cdot p$, ein eigentlicher Bruch. Demnach ist das geometrische Bild näher beym Glase, und also kleiner als das Object, auch aufgerichtet. Wird $a = p$ negativ: so ist $\alpha = \frac{ap}{p-a}$, da denn α positiv, so lange $a < p$, und $\alpha = \infty$, wenn $a = p$ ist.

Zusatz. Sammlungsgläser unterscheiden sich daher von Zerstreuungsgläsern dadurch: daß p allemahl bey jenen positiv, bey diesen negativ; daß α bey jenen nur negativ, wenn a < p, bey diesen nur positiv, wenn $-a < p$ ist; und daß das geometrische Bild bey jenen allemal größer, bey diesen allemal kleiner als das Object ist.

Anmerkung Methoden, den physischen und geometrischen Brennpunkt der Gläser durch Versuche zu finden, sehe man in Smiths vollständigen Lehrbegriff der Optik von Kästner S. 17. u. f. und in Klügels analytischen Dioptrik 2. Theil 1. Abschnitt.

III. Bau des menschlichen Auges.

§. 21.

Der kugelförmige Augapfel, bulbus oculi, ist mit 3 Häuten umgeben: mit der harten Haut, sclerotica, deren vorderer Theil EF, die Hornhaut, cornea; mit der Adernhaut, choroides, die sich in der Traubenhaut, uvea, endigt, in deren Mitte der Stern, pupilla GH; und mit der Netzhaut, retina, RS. In der Höhle des Augapfels befindet sich die Cristallinse, humor cristallinus. ABCD, indem der Raum von ihr bis zur Hornhaut mit der wäßrigen Feuchtigkeit, humor aqueus; bis zur Netzhaut aber mit der gläsernen Feuchtigkeit, humor vitreus, erfüllet ist. Hinten im Augapfel hängt der Gesichtsnerve, nervus opticus, N, mit den Häuten des Augapfels zusammen. Fig. 138.

1. Die harte Haut, sclerotica, welche den ganzen Augapfel zu äußerst umgiebt, ist hart und undurchsichtig; ihr vorderer Theil aber EF, die Hornhaut, cornea, dünn, beugsam, durchsichtig, auch, als das Segment einer kleinern Kugel, erhobener.

2. Die

2. Die Adernhaut, auch die garnförmige oder braune Haut genannt, choroides, schließt allenthalben an der innern Fläche der harten Haut an bis zur Hornhaut EF, wo sie sich in eine, wenig erhobene, fast flach vorgespannte Haut, die Traubenhaut, uvea, endigt. In der Mitte der Traubenhaut ist eine kreisförmige Oeffnung GH, die der Stern, pupilla, heißt, und sich nach der Stärke des Lichts zusammenzieht, oder erweitert. Die äußere Seite der Traubenhaut ist mit feinen Aederchen bezogen, die theils schlangenweise gekrümmt sind, theils wie Strahlen gegen den Stern hinlaufen, auch verschiedene Farben zeigen; daher sie auch der Regenbogen, iris, heißt. Sie ist durch die Hornhaut sichtbar, und giebt, wegen ihrer mannichfaltigen Farben, dem Auge seine äußere Schönheit.

3. Die Netzhaut, oder Markhaut, retina, RS, ist die innerste, auch sehr zarte, Haut, die eine Verflechtung von den feinsten Nerven und Blutgefässen ist, und an der innern Fläche der Adernhaut allenthalben anschließt.

4. Die Cristalllinse, humor cristallinus, ABCD, in der Höhle des Augapfels hinter der Pupille, ist eine linsenförmige durchsichtige Masse, die in einer sehr zarten durchsichtigen Haut, aranea, als in einer Kapsel liegt, und mit einer ringförmigen Einfassung, ligamentum ciliare, umgeben ist. Da dieses Ligament an der innern Wand zu beyden Seiten K, L, befestigt ist: so wird die Höhle des Augapfels durch die Linse mit ihrem Ligamente in zwey ungleiche Räume getheilt, wovon der hintere, zwischen der Cristalllinse und der Netzhaut, mit der so genannten glasartigen Feuchtigkeit, humor vitreus; der vordere kleinere aber, zwischen der Hornhaut und Cristalllinse, mit der so genannten wäßrigen Feuchtigkeit, humor aqueus, erfüllt ist. Letztrer wird durch die Traubenhaut in zwey Kammern getheilt.

5. Der Gesichtsnerve, nervus opticus, N, hängt da, wo hinten im Augapfel, der Hornhaut gegenüber, aber etwas seitwärts, eine kleine Oefnung ist, mit den beyden innern Häuten des Auges zusammen. Er wird nämlich aus dem Hirnschedel in die beinerne Höhle des Auges durch besondre Löcher geleitet. Mit seiner äußern Haut ist die beinerne Höhle belegt; die innere ist in eine hohle Kugel ausgedehnt, und bildet die äußere harte Haut des Augapfels; er selbst aber spaltet sich da, wo er in den Augapfel tritt, in feine Fäsergen, woraus ein zarter weisser, mit feinen nährenden Aederchen durchwebter, Schleyer gebildet ist, der unter dem Namen der Netzhaut die ganze hintere Wand des Augapfels bekleidet.

Anmerkung. 1. Zur Bewegung des Augapfels dienen 4 gerade und 2 schräge Muskeln um dem Sehnerven herum, die unten an der beinernen Höhle, und oben mit ihren Flechsen an der harten Haut befestigt sind. Die beyden schrägen Muskeln beugen sich um die vordere Fläche der harten Haut, bis zur Hornhaut, und bilden die weiße Haut, albuginea. Der übrige Raum der Augenhöhle ist mit einem Zellgewebe angefüllt, das mit Fett ausgefüttert ist, damit das Auge recht glatt darauf herumschlüpfen möge. Wird dieses Fett bey langwierigen Krankheiten verzehrt; so schrumpft das weiche Gewebe zusammen, und die Augen fallen ein.

2. Die beinerne Augenhöhle hat oben einen harten Bogen, woran die Augen Bramen, um das von oben herabfallende Licht abzuhalten, und die Schweißtropfen abzulenken.

3. Das ganze Auge ist mit 2 Augenliedern bedeckt, die sich öfnen und schliessen. Ihre Ränder sind aus Knorpeln gemacht, und mit den Augenwimpern besetzt.

4. An

4. An dem äußern Augenwinkel, unter dem beinernen Bogen, liegt die Thränendrüse, und besteht aus den feinsten Aederchen, die diesen Liquor aus dem Blute abscheiden, und ihn durch etliche feine Schläuche über die Augen ergießen, um sie abzuwaschen und glänzend zu erhalten. Er fließt schief nach dem innern Augenwinkel herab, wo ihn die Thränenpunkte, mittelst der rothen Schwämmgen einsaugen, und in ein festes Säckchen leiten, woraus er durch einen besondern Schlauch, den Thränengang, in die Nase fließt. Ergießt sich von diesem Liquor mehr, als die Thränenpunkte einsaugen können: so rollt er tropfenweise an den Wangen herab.

§. 22.

Durch die Brechung der Lichtstrahlen in der Cristalllinse des Auges, entstehen auf der Netzhaut Bilder der äußern Gegenstände, welche durch Reitzung des Sehenervens die Empfindung in der Seele hervorbringen, die man das Sehen nennt. Bey einem Kurzsichtigen, myops, fällt das deutliche Bild von nahen Objecten auf die Netzhaut, und von entlegenen nicht so weit; bey einem Weitsichtigen, presbyta, fällt das deutliche Bild von entlegenen Objecten auf die Netzhaut, und von nahen weiter.

Das Licht, das von einem äußern Objecte auf die Hornhaut fällt, und durch den Stern ins Auge dringt, wird, nach den Gesetzen der doppelten Linsen, von der Cristalllinse so gebrochen, daß es hinter derselben ein verkehrt stehendes Bild des Objects macht. Da nun das Bild desto näher hinter der Linse, je entfernter; und desto weiter, je näher das Object ist: so muß die Netzhaut bey weiten Objecten der Linse näher, bey nahen aber weiter davon entfernt seyn, wenn von weiten und nahen Objecten ein gleich deutliches Bild

auf dieselbe fallen soll. Hat demnach die Netzhaut einen bestimmten Abstand von der Cristalllinse, so daß das Bild entweder von nahen, oder von entlegenen Objecten auf die Netzhaut fällt: so muß im ersten Fall das Bild entlegener Sachen zwischen der Cristalllinse und Netzhaut; im zweyten aber das Bild naher Sachen hinter der Netzhaut seine eigentliche Stelle haben, und daher auf der Netzhaut undeutlich werden, folglich dort einen Kurzsichtigen, hier einen Weitsichtigen machen. Alles dieses läßt sich durch Versuche mit der camera obscura sehr gut erläutern, wenn man in die Oefnung ein convexes Glas setzt.

Zusatz. Weitsichtige sehen demnach deutlich, wenn die Strahlen, die von einerley Punkte des Objects ausgehen, in fast parallelen Richtungen ins Auge fallen; Kurzsichtige hingegen sehen deutlich, wenn diese Strahlen divergent ins Auge fallen. Nie aber dürfen solche convergiren.

Anmerkung. 1. Sieht Jemand gut in die Ferne: so strengt er bey nähern Gegenständen die Augenmuskeln an, um den Augapfel eyförmig zu quetschen, daß die Netzhaut ein wenig nach hinten hinaus gebogen werde. Wer in der Jugend kurzsichtig ist, lernt im Alter auch in der Ferne sehen; weil sich die Säfte im Auge mindern, und machen, daß der Augapfel etwas kleiner und runder wird.

2. Hat die Cristalllinse eine etwas schräge Lage: so erscheint der Gegenstand, auf den die Hornhaut gerichtet ist, an einem andern Orte. Will man ihn am rechten Orte sehen: so wird die Hornhaut schief gegen ihn gerichtet, damit die Strahlen senkrecht auf die Linse fallen. Und dies ist eine Ursach des Schielens, deren es aber mehrere giebt.

3. Wird die Cristalllinse trocken, undurchsichtig und hart: so schimmert sie durch den Stern weiß hervor. Dies

Dies heißt der graue Starr, vom Starrsehen, weil dergleichen Leute ihre Augen, womit sie nichts sehen, gerade oder starr vor sich hinrichten. Wird alsdenn die Cristalllinse heraus genommen; so geht die wäßrige Feuchtigkeit nur auf einige Stunden verlohren, und der Mensch erhält sein Gesicht wieder, muß aber eine Brille brauchen. Die gläserne Feuchtigkeit aber, die wie die Linse in einem eigenen Häutchen eingeschlossen ist, darf nicht herausgenommen werden, weil sonst der Augenapfel so gleich zusammenfällt, und verdirbt.

4. Wer die Augen durch üble Lebensart schwächt, oder sie zu sehr angreift, der ermüdet die Netzhaut, und ihre Aederchen, welche nicht mehr die gehörige Nahrung geben, worauf die Netzhaut nach und nach unempfindlich wird. Dieser Fehler ist meist unheilbar, und heißt der schwarze Starr; weil der Stern nicht weiß, sondern wie gewöhnlich schwarz aussieht.

IV. Die Augengläser.

§. 23.

Ein Weitsichtiger siehet durch ein Sammlungsglas ein nahes Object; ein Kurzsichtiger aber durch ein Zerstreuungsglas ein entlegenes Object deutlich.

Erstlich. Betrachtet ein Weitsichtiger ein nahes Object durch ein Sammlungsglas, so daß die Weite des Objects etwas kleiner als die Brennweite des Glases ist: so entsteht §. 19. Zus. 3. ein geometrisches Bild, das weiter vom Glase, als das Object ist. Demnach werden die Strahlen dieses Bildes durch die Cristalllinse so gebrochen, als wenn sie von einem entfernten Objecte herkämen, und machen im Auge ein Bild, welches der Kristallinse näher liegt, als wenn das Object ohne Glas betrachtet wird.

Es sey z. E. Fig. 139. ein entlegener Gegenstand E, der sein Bild auf die Netzhaut M wirft, und e ein näherer, dessen Bild in m fällt. Das Auge betrachte nun e durch ein Sammlungsglas, welches die Strahlen von e so bricht, als kämen sie aus E: so wird das Bild von e auch auf M fallen.

Zweytens. Betrachtet ein Kurzsichtiger ein entlegenes Object durch ein Zerstreuungsglas: so entsteht §. 20. ein geometrisches Bild, das näher beym Glase als das Object ist. Demnach werden die Strahlen dieses Bildes durch die Cristalllinse so gebrochen, als wenn sie von einem nahen Objecte herkämen, und machen im Auge ein Bild, welches von der Cristalllinse weiter entfernt ist, als wenn das Object ohne Glas betrachtet wird.

Es sey z. E. Fig. 140, E ein naher Gegenstand, der sein Bild auf die Netzhaut N wirft, und e ein entfernterer, dessen Bild in n fällt. Das Auge betrachte nun e durch ein Zerstreuungsglas, welches die Strahlen von e so bricht, als kämen sie von E: so wird das Bild von e auch auf N fallen.

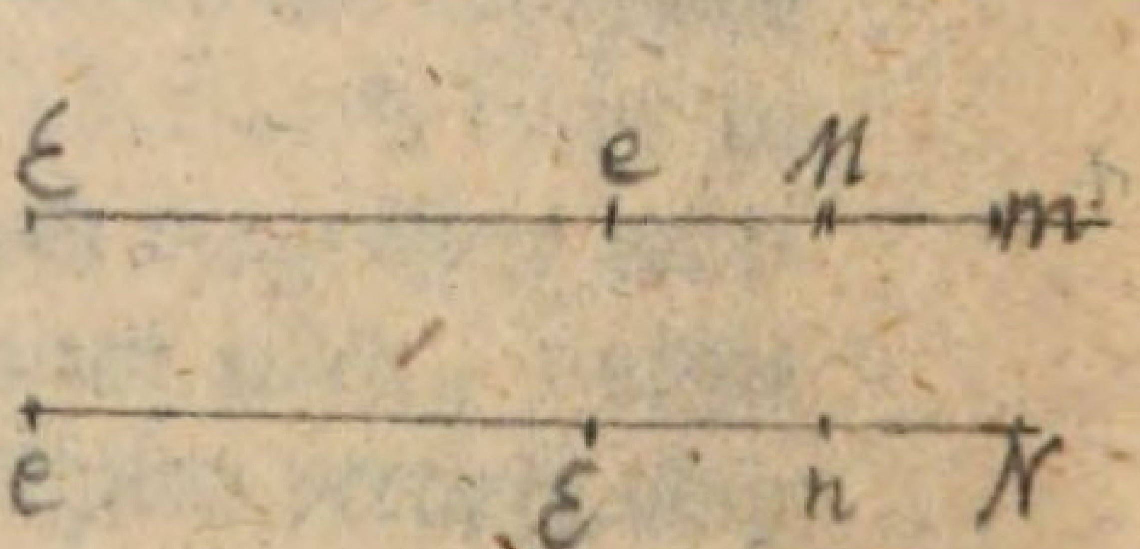
Zusatz. Da die Weit- und Kurzsichtigkeit verschiedene Grade hat: so muß für jeden Grad ein besondres Glas seyn, das zur Absicht hinreicht, aber auch nicht zu viel thut, wodurch der Augengläser noch vergrößert würde. Diejenigen Augengläser, die unter allen, welche das deutliche Sehen befördern, am wenigsten vertieft, oder erhoben sind, heißen die geschicktesten.

§. 24.

Aufgabe. Für jedes weit- oder kurzsichtige Auge das geschickteste Augenglas zu finden.

Ein Auge kann in einer gewissen Weite a nicht deutlich sehen, wohl aber in einer andern Weite α; man sucht,

139.
140.



sucht, wenn beyde Weiten gegeben sind, die Brennweite eines Augenglases p, welches die Strahlen, die das Object in der ersten Weite dem Auge zuschickt, so lenkt, als ob sie von einem Objecte in der letzten Weite herkämen.

Da §. 23. das geometrische Bild, welches man verlangt, vor dem Glase liegt; so ist für unsre Absicht α allemal negativ. Nun ist §. 15. Zus. 3. $\alpha = \frac{ap}{a-p}$. Demnach ist nach der Voraussetzung $-\alpha = \frac{ap}{a-p}$, folglich $-\alpha a + \alpha p = ap$, folglich $\alpha p - ap = \alpha a$, oder $(\alpha - a)\, p = \alpha a$, folglich $p = \frac{\alpha a}{\alpha - a}$.

Man messe die kleinste Weite, in der ein Weitsichtiger ziemlich groß gedruckte Schrift deutlich sehen, und fertig lesen kann; desgleichen die gröste und kleinste Weite, in der ein Kurzsichtiger solches mit kleinem Drucke leisten kann: so ist die Entfernung bestimmt, in welcher eine Sache vom Auge stehen muß, wenn sie undeutlich zu werden anfängt.

Es sey z. E. Fig. 139. ME die kürzeste Entfernung für einen Weitsichtigen, der aber auf die Weite Me deutlich sehen wollte: so muß er ein Glas brauchen, das die Strahlen von e so bricht, als kämen sie von E. Demnach ist $a = Me$, und $\alpha = ME$.

Es sey Fig. 140. NE die gröste Weite für einen Kurzsichtigen, der aber auf die Weite Ne deutlich sehen wollte: so muß er ein Glas brauchen, das die Strahlen von e so bricht, als kämen sie von E. Demnach ist $a = Ne$, und $\alpha = NE$.

Zusatz.

Zusatz. Für einen Kurzsichtigen ist $\alpha < a$; daher wird $p = \frac{\alpha a}{-(a-\alpha)}$, negativ, und das Glas also ein Zerstreuungsglas, welches für den Weitsichtigen, für den $p = \frac{\alpha a}{\alpha - a}$ positiv ist, ein Sammlungsglas seyn muß. Jenes nähert das Bild, und macht es kleiner; dieses entfernt das Bild, und macht es größer.

Anmerkung. In dieses Kapitel gehörte nun noch das einfache Mikroskop, welches wir aber, um die Lehre von den Mikroskopen nicht zu trennen, dem zweyten Kapitel vorbehalten. Ein gleiches soll auch, aus eben dem Grunde, mit der Lehre von der Vergrößerung, dem Gesichtsfelde, der Helligkeit, und der Oeffnung der Gläser geschehen.

Zweytes Kapitel.

Von Brechung des Lichts in mehrern Gläsern.

I. Einleitung.

§. 25.

Sind A, B, C, D, Fig. 141. die Mittelpunkte der Glaslinsen ohne Dicke PP, QQ, RR, SS, in der gemeinschaftlichen Axe dieser Linsen EI; und es fällt von einem leuchtenden Punkte in dieser Axe, E, ein äußerster Strahl Ep auf die erste Linse PP, welcher durch diese und die folgenden nach pFq, qGr, rHs, sI gebrochen wird: so heißen die Weiten der Punkte E, F, G, H, I, worinn hiedurch die Axe geschnitten wird, vor diesen Gläsern, wie EA, FB, GC, HD, die vordern; hinter denselben aber, wie AF, BG, CH, DI, die hintern Vereinigungsweiten.

Zusatz. Nennt man die vordern Vereinigungsweiten, so wie sie auf einander folgen a, b, c, d, und eben so die hintern $\alpha, \beta, \gamma, \delta$; auch die Brennweiten der Gläser nach der Reihe p, q, r, s: so ist §. 15. Zus. 2.

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha};\; q = \frac{b\beta}{b+\beta};\; r = \frac{c\gamma}{c+\gamma};\; s = \frac{d\delta}{d+\delta}.$$

§. 26.

Sind Fig. 142. die Mittelpunkte der Glaslinsen, wie in der vorhergehenden, und Ee der Halbmesser eines Gegenstandes auf der Axe senkrecht: so heißt der Strahl,

Strahl, der vom Endpunkte dieses Halbmessers ε, durch die Mitte der ersten Linse A, ungebrochen gehet, und von den folgenden nach QR, RS, Sι, gebrochen wird, hier schlechtweg der Hauptstrahl.

Zusatz. 1. Dieser Hauptstrahl bestimmt §. 17. die Halbmesser der durch die Gläser gemachten Bilder. So habe der Gegenstand sein Bild durch das erste Glas in Fζ. Dieses Bild, als ein Gegenstand, habe sein Bild durch das zweyte Glas in Gη; dieses eben so durch das dritte in Hϑ; dieses endlich durch das vierte in Iι.

2. Der Winkel AEp, Fig. 141. der im vorigen Kapitel φ hieß §. 11. werde nun durch $\frac{Ap}{AE}$ bestimmt, (weil AE : Ap = 1 : tang AEp, und hier wie im ersten Kapitel, statt der Sinus und Tangenten, die Winkel selbst gesetzt werden). Dafür bedeute nun φ den Winkel EAε, Fig. 142.

§. 27.

Ringförmige Bedeckungen, womit der äußere Rand der Gläser bekleidet wird, heissen Blendungen; der unbedeckte kreisförmige Theil des Glases dessen Oefnung, der Halbmesser solcher Oefnung der Oefnungs-Halbmesser. Der Winkel zweyer mit der Axe in einer Ebene liegenden Hauptstrahlen an der Mitte des ersten Glases, welche die äußersten sind, die durch alle Gläser durchgelassen werden, heißt das Gesichtsfeld, campus visionis,

Zusatz. 1. Ist Ap Fig. 141. der Oefnungshalbmesser des ersten Glases, so daß Ep einer der äußersten Strahlen ist, die von E auf das Glas fallen, (weil sonst §. 9. eine schädliche Abweichung wegen der Kugelgestalt erfolgen würde, wenn noch über p hinaus Strahlen von E auf

E auf das Glas fielen): so sind die Oefnungs-Halbmesser der folgenden Gläser, um die von E auf das erste Glas fallenden Strahlen durchzulassen, nach der Reihe Bq, Cr, Ds. Da die Helligkeit des Punktes E desto größer ist, je mehrere Strahlen desselben das erste Glas auffängt, folglich je größer Ap ist: so können obgedachte Halbmesser die **Oefnungen wegen der Helligkeit** heißen.

2. Trifft Fig. 142. der Hauptstrahl εA die zweyte Linse in Q, die dritte in R, die vierte in S: so sind die Oefnungs-Halbmesser dieser Linsen, um den Hauptstrahl durchzulassen nach der Reihe BQ, CR, DS. Da diese Halbmesser sich nach der Größe des Winkels EAε, welcher das Gesichtsfeld bestimmt, richten: so können sie die **Oefnungen wegen des Gesichtsfeldes** heißen.

3. Umgekehrt hängt auch die Größe des Gesichtsfeldes, dessen Hälfte EAε von den Oefnungen dieser Linsen ab. Denn sind diese wie BQ, CR, DS, bestimmt: so ist offenbar, daß von allen durch die Mitte des ersten Glases A gehenden Strahlen keiner durch die übrigen Gläser kommen könne, der mit der Axe einen größern Winkel, als der Strahl εA, macht.

4. Dreht sich EAε um AE, als um seine Axe: so beschreibt Eε einen Kreis, den man eigentlich unter dem Gesichtsraume, oder Gesichtsfelde, versteht, dessen Größe aber offenbar durch den Winkel EAε bestimmt wird.

§. 28.

Drückt man die Oefnungen für das Gesichtsfeld durch gewisse Bruchtheile der Brennweiten der Gläser aus, nach welchen Fig. 142. die halbe Oefnung des zweyten Glases πq, des dritten $\pi' r$, des vierten

$\pi''s$ u. s. w. wäre: so heißen die Ausdrücke π die Oefnungsmaaße, rationes aperturarum.

Diese Oefnungen, welche §. 27. Zus. 2. von der Lage des Hauptstrahls εA abhängen, können nicht jede beliebige Größe bekommen, weil sonst die Neigungs und Brechungswinkel zu groß werden, und die Strahlen zu sehr von ihren Vereinigungspunkten abweichen könnten. Da nun, bey einer bestimmten Lage des Hauptstrahls, diese Winkel vom Halbmesser der brechenden Fläche abhängen, und dieser die Brennweite des Glases bestimmt: so muß die Größe der Oefnung ein gewisser Bruchtheil der Brennweite seyn, der, so veränderlich er auch immer seyn mag, allgemein durch π, π', π'' u. s. w. angezeigt werden kann. Nennt man nun wie §. 25. 26. die Brennweiten der zweyten und folgenden Linsen nach der Reihe q, r, s; so sind die Oefnungshalbmesser dieser Linsen nach der Reihe πq, $\pi' r$, $\pi'' s$ u. s. w.

Zusatz. 1. Werden diese Größen in der Rechnung negativ: so bedeutet dies, daß der Strahl das Glas auf einer andern Seite der Axe treffe, als in der Figur angenommen ist.

2. Die Oeffnungen der Gläser müssen in der Ausführung etwas größer gemacht werden, damit der ganze Strahlenkegel, in dessen Mitte der Hauptstrahl liegt, durchgehen könne.

3. Sollen die äußern Theile des Gegenstandes gleiche Helligkeit mit den mittlern Theilen haben: so muß man die Oefnungen der Summe der beyden Arten solchen Oefnungen §. 27. Zus. 1. 2. gleich machen; doch ist dies nicht schlechterdings nothwendig, weil man von dem Gegenstande einen Theil nach den andern in die Axe der Gläser bringen kann.

Anmer-

Anmerkung. In diesem Kapitel wird, wie in dem ersten, angenommen, daß die Winkel sich wie ihre Sinus verhalten, oder, daß die von einem Punkte, in oder außer der Axe, ausgehenden Strahlen, wieder in einen Punkt vereinigt werden. Auch soll durchaus die Dicke der Gläser nicht in Betracht gezogen werden.

II. Lage der Strahlen.

§. 29.

Aufgabe. Es fällt Fig. 141. ein äußerster Strahl Ep, von einem Punkte der Axe E, auf die erste Linse in der Entfernung $Ap = x$, und wird durch dieses und die folgenden nach pq, qr, rs, sI, gebrochen; man soll die Winkel, unter denen hiedurch die gemeinschaftliche Axe solcher Linsen bey E, F, G, H, I, geschnitten wird, bestimmen.

Da §. 26. Zus. 2. $AEp = \frac{Ap}{AE}$, aber $Ap = x$, und §. 25 $AE = a$: so ist $AEp = \frac{x}{a}$.

Da §. 12. Zus. 2. $AFp = \frac{a}{\alpha} AEp$, aber $AEp = \frac{x}{a}$: so ist $AFp = \frac{a}{\alpha} \cdot \frac{x}{a} = \frac{x}{\alpha}$.

Auf eben die Art ist $BGq = \frac{b}{\beta} \cdot BFq$, aber $BFq = AFp$, folglich $BGq = \frac{b}{\beta} \cdot AFp = \frac{b}{\beta} \cdot \frac{x}{\alpha} = \frac{bx}{\alpha\beta}$.

Desgleichen $CHr = \frac{c}{\gamma}$; $CGr = \frac{c}{\gamma} . BGq = \frac{c}{\gamma} . \frac{bx}{\alpha\beta} = \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$, und $DIs = \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma\delta}$, u. s. w.

Anmerkung. Diese Winkel, die anstatt ihrer Tangenten für den Halbmesser 1 gesetzt sind, werden nicht in Graden genommen, sondern sind die zu den Winkeln gehörigen Kreisbogen, deren Halbmesser 1 ist; können aber, wenn es nöthig ist, mittelst solcher Bestimmung leicht auf Grade reducirt werden, wenn man weiß, daß der den Halbmesser gleiche Bogen $3437\frac{3}{4}$ Minuten, oder 206265 Secunden hält.

§. 30.

Aufgabe Der Oefnungshalbmesser der ersten Linse sey $Ap = x$; man soll die Oefnungen wegen der Helligkeit bey den folgenden Linsen, Bq, Cr, Ds, bestimmen. Fig. 141.

Da wegen Aehnlichkeit der Triangel, $AF : Ap = BF : Bq$, das ist, $\alpha : x = b : Bq$; so ist $Bq = \frac{bx}{\alpha}$.

Eben so ist $BG : Bq = CG : Cr$, oder $\beta : \frac{bx}{\alpha} = c : Cr$, folglich $Cr = \frac{bcx}{\alpha\beta}$. Und $Ds = \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma}$, u. s. w.

§. 31.

Aufgabe. Es sey Fig. 142. in E senkrecht auf der Axe der Halbmesser eines Gegenstandes $E\varepsilon = z$, der §. 26, Zus. 1. durch die Gläser seine Bilder in $F\zeta$, $G\eta$, $H\vartheta$, $I\iota$, macht; man soll diese Halbmesser

[illegible]

[illegible]

[illegible] Aufgabe. [illegible] zu finden [illegible] Halbmesser [illegible] [illegible] dem Halbmesser [illegible] [illegible] werden, [illegible] 1087 [illegible]

§. [illegible]

Aufgabe. [illegible] der ersten [illegible] man soll die Ordinaten wegen der [illegible] bey den [illegible] Fig. Cc, Dc, bestimmen. Fig. 14[illegible]

Da wegen Aehnlichkeit der Triangel, AB : Ag = BC : Bg [illegible] so ist Bg = [illegible]

[illegible]

jeglich C [illegible] und Bb = $\frac{bcdx}{aBq}$ [illegible]

§. 8.

Aufgabe. Es sey Fig. [illegible] auf der Axe der Halbmesser eines [illegible] durch die [illegible] Fig. Cc, [illegible] man soll [illegible]

[illegible]

der Bilder bestimmen, wobey auch §. 26. Zus. 2. $EA\varepsilon = \varphi$.

Man findet nämlich, wenn die Römischen Zahlen die Anzahl der Gläser bedeuten:

I. $F\zeta = \frac{\alpha}{a} z = \alpha\varphi$; II. $G\eta = \frac{\alpha\beta}{ab} z = \frac{\alpha\beta}{b} \varphi$;

III. $H\vartheta = \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} z = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \varphi$; IV. $I\iota = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd} z = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd} \varphi$; u. s. w.

Denn ist $E\varepsilon = z$ der Gegenstand: so ist §. 17. Zus. 5. sein Bild $F\zeta = \frac{\alpha}{a} E\varepsilon = \frac{\alpha}{a} z$. Demnach ist auf eben die Art, wenn $F\zeta$ als Gegenstand betrachtet wird, sein Bild $G\eta = \frac{\beta}{b} F\zeta = \frac{\beta}{b} \cdot \frac{\alpha}{a} z$ u. s. w.

Da $\frac{z}{a} = \text{tang}\ \varphi = \varphi$: so ist $F\zeta = \frac{\alpha}{a} z = \alpha \frac{z}{a} = \alpha\varphi$, und eben so $G\eta = \frac{\alpha\beta}{b} \cdot \frac{z}{a} = \frac{\alpha\beta}{b} \varphi$ u. s. w.

Zusatz. 1. Werden diese Ausdrücke negativ, so bedeutet dies eine entgegengesetzte Lage des Bildes; nämlich eine aufrechte, bey einer ungeraden; eine verkehrte aber, bey einer geraden Anzahl von Gläsern.

2. Eben so, wenn von den Größen b, c, d, oder α, β, γ, eine oder mehrere negativ werden, zeigt dies an, daß die Bilder nicht zur Wirklichkeit kommen; indem die Strahlen entweder vor ihren Vereinigungspunkten aufgefangen werden, oder, anstatt nach einem Ver-

einigungspunkte hinter dem Glase zu gehen, divergirend ausfahren.

§. 32.

Aufgabe. Die Lage des Hauptstrahls nach jeder Brechung aus den Brennweiten der Gläser p, q, r, s, und ihren Oefnungsmaaßen zu bestimmen, wobey auch §. 26. Zus. 2. $EA\varepsilon = BAQ = \varphi$. Fig. 142.

Schneidet der Hauptstrahl nach jedesmaliger Brechung die Axe in O, O′, O″, so wird seine Lage durch BO, CO′, DO″, und durch die Winkel BOQ, CO′R, SO″D, bestimmt; und man findet:

$$BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi};\ BOQ = \pi - \varphi;\ OC = \frac{\pi' r}{\pi - \varphi}.$$

$$CO' = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi};\ CO'R = \pi' - \pi + \varphi;\ O'D = \frac{\pi'' s}{\pi' - \pi + \varphi}.$$

$$DO'' = \frac{\pi'' s}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi};\ SO''D = \pi'' - \pi' + \pi - \varphi.$$

Denn da AQ nach QO gebrochen wird: so ist §. 15. Zus. 3. wenn A ein leuchtender Punkt wäre, die Vereinigungsweite α, das ist hier $BO = \frac{AB.\,q}{AB - q}$. Nun ist $BAQ = \varphi = \frac{BQ}{AB}$, und daher $AB = \frac{BQ}{\varphi} = \frac{\pi q}{\varphi}$, weil §. 28. $BQ = \pi q$. Folglich ist $BO = \frac{\pi q}{\varphi}.\,q : \frac{\pi q}{\varphi} - q$ $= \frac{\pi q.\,q}{\varphi} : \frac{\pi q - \varphi q}{\varphi} = \frac{\pi q.\,q}{(\pi - \varphi)\,q} = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}$. Demnach ist auch $BOQ = \frac{BQ}{BO} = \frac{\pi q.\,(\pi - \varphi)}{\pi q} = \pi - \varphi$,

und

und $OC = \frac{\pi' r}{\pi - \varphi}$, weil BQ : CR = BO : OC, das ist,

$\pi q : \pi' r = \frac{\pi q}{\pi - \varphi} : OC.$

Da OR nach RO′ gebrochen wird: so ist auf eben die Art §. 15. Zus. 3. wenn O ein leuchtender Punkt wäre, die Vereinigungsweite α, das ist hier $CO' = \frac{OC.r}{OC - r}$. Nun ist nach obigen $OC - r = \frac{\pi' r}{\pi - \varphi} - r = \frac{(\pi' - \pi + \varphi).r}{\pi - \varphi}$

Folglich ist $CO' = \frac{\pi' r.r}{\pi - \varphi} : \frac{(\pi' - \pi + \varphi) r}{\pi - \varphi} = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi}$.

Demnach ist auch $CO'R = \frac{CR}{CO'} = \frac{\pi' r (\pi' - \pi + \varphi)}{\pi' r}$

$= \pi' - \pi + \varphi$, und $O'D = \frac{\pi'' s}{\pi' - \pi + \varphi}$, weil CR : DS

$= CO' : O'D$, das ist, $\pi' r : \pi'' s = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi} : O'D.$

Auf eben die Art wird der Beweiß für alle folgende Gläser geführt.

§. 33.

Aufgabe. Den Abstand der Durchschnittspunkte des Hauptstrahls mit der Axe von jedem dazu gehörigen Bilde zu finden. Fig. 142.

Rechnet man AF, welches im ersten Kapitel schon bestimmt ist, nicht mit: so ist $OG = \frac{\alpha\beta}{b} . \frac{\varphi}{\pi - \varphi}$;

$O'H = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} . \frac{\varphi}{\pi' - \pi + \varphi}$; $O''I = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd} . \frac{\varphi}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$;

 Denn

Denn es ist, wegen Aehnlichkeit der Triangel, BQ : BO $= G\eta : OG$. Nun ist §. 28. $BQ = \pi q$, §. 32. $BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}$, und §. 31. $G\eta = \frac{\alpha\beta\varphi}{b}$. Demnach ist $\pi q : \frac{\pi q}{\pi - \varphi} = \frac{\alpha\beta\varphi}{b} : OG$, folglich $OG = \frac{\alpha\beta}{b} \cdot \frac{\varphi}{\pi - \varphi}$.

Eben so ist der Beweiß für das übrige.

§. 34.

Aufgabe. Die Oefnungsmaaße der Linsen durch die Vereinigungsweiten auszudrücken. Fig. 142.

Es ist nämlich:

$$\pi q = (\alpha + b)\varphi;\ \pi' r = \left(\frac{\alpha\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c;$$

$$\pi'' s = \left(\frac{\alpha\beta\gamma}{bc} + d\right)\varphi + (\pi' - \pi)\, d;\ \pi''' t =$$

$$\left(\frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd} - e\right)\varphi + (\pi'' - \pi' + \pi)\, e \text{ u. s. w.}$$

Denn es ist $BAQ = EA\varepsilon = \varphi = \frac{BQ}{AB}$, folglich $BQ = \pi q = AB.\varphi = (\alpha + b)\varphi$, weil §. 25. Zus. $AB = AF + FB = \alpha + b$.

Ferner ist $CR : G\eta = OC : OG$, und daher $CR - G\eta : OC - OG = CR : OC$. Nun ist auch $CR : OC = BQ : BO$, und §. 32. $BQ : BO = \pi q : \frac{\pi q}{\pi - \varphi} = \pi - \varphi : 1$. Folglich ist $CR - G\eta : OC - OG = \pi - \varphi : 1$, folglich $CR - G\eta = (\pi - \varphi)\, CG$, folglich $CR = (\pi - \varphi)\, CG + G\eta$. Nun ist §. 25. Zus.

CG=c,

CG = c, und §. 31. $G\eta = \frac{\alpha\beta}{b}\varphi$. Folglich ist $CR = \pi' r =$

$$(\pi - \varphi) c + \frac{\alpha\beta}{b}\varphi = \pi c - c\varphi + \frac{\alpha\beta}{b}\varphi =$$

$$\left(\frac{\alpha\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c.$$

Eben so wird der Beweis für die folgenden Linsen geführt.

Zusatz. Fahren die Strahlen, die von der Mitte des Objects kommen, durch das letzte Glas parallel mit der Axe aus: so ist

$$\pi = \left(\frac{\alpha}{q} + 1\right)\varphi;\ \pi' - \pi = \left(\frac{\alpha\beta}{br} - 1\right)\varphi;\ \pi'' - \pi' + \pi$$

$$= \left(\frac{\alpha\beta\gamma}{bcs} + 1\right)\varphi;\ \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi = \left(\frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcdt} - 1\right)\varphi;$$

u. s. w.

Denn unter der Voraussetzung ist die Vereinigungsweite vor dem letzten Glase der Brennweite desselben gleich; folglich für 2 Gläser b = q, für 3 Gläser c = r u. s. w.

Demnach ist $\pi q = (\alpha + b)\varphi = (\alpha + q)\varphi$ folglich $\pi = \left(\frac{\alpha}{q} + 1\right)\varphi$.

Eben so ist $\pi' r = \left(\frac{\alpha\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c = \left(\frac{\alpha\beta}{b} - r\right)\varphi$ $+ \pi r$, folglich $\pi' = \left(\frac{\alpha\beta}{br} - 1\right)\varphi + \pi$, folglich $\pi' - \pi = \left(\frac{\alpha\beta}{br} - 1\right)\varphi$. u. s. w.

III. Vergrösserung.

§. 35.

Die Vergrösserung ist die Zahl m, welche anzeigt, wie vielmal der Winkel, unter welchem das Object in einer gewissen Entfernung a oder h vom bloßen Auge gesehen wird, in dem Winkel enthalten sey, unter welchem es durch das Fernrohr oder Mikroskop erscheint.

Zusatz. 1. Für weit entlegene Gegenstände, die man durch Fernröhre betrachtet, ist die Entfernung a, und der Sehewinkel ϕ, wie bisher angenommen worden, folglich die Vergrösserung $m\phi$; für mikroskopische Gegenstände aber, die man dem Auge nicht so nahe als dem Glase bringen kann, ist die Entfernung h, die man gemeiniglich auf 8 Zoll setzt, weil ein Object, wenn es deutlich gesehen werden soll, einem mittelmässigen Auge nicht näher als 8 Zoll kommen darf. Alsdenn ist XI. §. 8.

Zus. 2. $h : a = \phi : \frac{a\phi}{h}$, das ist, der Sehewinkel in der Entfernung $h = \frac{a\phi}{h}$, folglich die Vergrösserung $\frac{ma\phi}{h}$.

2. Der letzte Ausdruck kann allgemein für jede Vergrösserung gelten. Denn wenn man darinn für Fernröhre oder Teleskope $a = h$ setzt: so erhält man, wie oben, die Vergrösserung $m\phi$.

Anmerkung. 1. Wir setzen anstatt der Tangenten die Winkel selbst; weil hiebey immer nur kleine Winkel vorkommen.

2. Auch nehmen wir die Vergrösserung nur im geometrischen Sinne, ohne auf unsre sinnliche Empfindung, die sich nicht immer nach dem Gesichtswinkel richtet, zu achten.

§. 36.

§. 36.

Aufgabe. Die Vergrösserung bey einem einzelnen Glase zu bestimmen. Fig. 143.

1. Durch ein Sammlungsglas wird §. 19. Zus. 3. wenn $a < p$ ist, α negativ, und der Gegenstand scheint vergrössert. Es sey PP ein solches Glas ohne Dicke, AB die Brennweite, $E\varepsilon$ das Object, $F\zeta$ dessen Bild: so werden die von ε auf das Glas in M und N auffallenden Strahlen so gebrochen, als kämen sie von ζ, einem Punkte in dem rückwärts verlängerten Hauptstrahle $A\varepsilon$, und der Strahl ζMO schneidet die Axe in O, so daß $MOE < EA\varepsilon$, aber $> EO\varepsilon$ ist. Steht das Auge hart am Glase: so erblickt es das Bild $F\zeta$ zwar unter eben dem Winkel wie den Gegenstand $E\varepsilon$, daher keine Vergrösserung im geometrischen Sinne erfolgt; aber es ist in eben dem Falle, als wenn es einen großen und kleinen Gegenstand unter demselben Winkel siehet. Rückt das Auge vom Glase ab nach O, so wird der Sehewinkel für das Bild MOF größer, als für den Gegenstand εOE in der Entfernung OE; welches die eingebildete Größe vermehren hilft, und wobey das Auge mehr Strahlen erhält, als es von dem Gegenstande selbst bekommen würde. Ob nun gleich das Bild weiter vom Glase liegt, als das Object; so scheint es doch dem Auge, welches den Begrif einer geringern Entfernung mit der Vergrösserung des Sehewinkels zu verbinden pflegt, desto näher zu seyn, je stärker die Vergrösserung ist.

2. Ist $a > p$, so fällt §. 19. das Bild hinter das Glas. Steht das Auge zwischen dem Bilde und Glase, so ist §. 22. Zus. das Sehen undeutlich, weil die Strahlen convergent ins Auge kommen. Steht das Auge aber hinter dem Bilde, so sieht es die Sache deutlich, jedoch verkehrt, und die Seele verlegt das Bild welches disseit

des Glases ist, über das Glas hinaus, weil sie weiß, daß kein Gegenstand zwischen dem Auge und dem Glase sich befindet.

3. Ist a = p, so wird §. 19. Zus. 2. das Bild unendlich weit entfernt, da die von jedem Punkte ausgehenden Strahlen mit dem jedesmahligen Hauptstrahle parallel gebrochen werden. Der Winkel $EA\varepsilon = \varphi$ ohne Glas, ist durch das Glas auch noch φ, heißt aber nun §. 35. $\frac{ma\varphi}{q}$. Demnach ist $\varphi = \frac{ma\varphi}{h}$, folglich $h\varphi = ma\varphi$, das ist $h = ma$, folglich $\frac{h}{a} = m$, das heißt, das Glas vergrössert so vielmal, als die Brennweite p = a in der angenommenen Weite h enthalten ist. Und dies gilt auch für den ersten Fall, wofern das Auge nur hart hinter das Glas gehalten wird.

4. Durch ein Zerstreuungsglas §. 20. verhalten sich die Erscheinungen umgekehrt, da α negativ und < a. Wäre hier $F\zeta$ der Gegenstand: so ist $E\varepsilon$ sein Bild, welches daher in O unter einem kleinern Winkel, als das Object $F\zeta$, erscheint. Durch ein solches Glas erblicken wir die Gegenstände verkleinert und entfernter, als mit bloßen Augen, auch dabey aufrechts und sehr deutlich, wenn nur das Bild dem Auge nicht allzunahe ist.

§. 37.

Aufgabe. Das Auge steht im Durchschnittspunkte des Hauptstrahls mit der Axe hinter dem letzten Glase; man soll die Vergrösserung bey zwey und mehrern Gläsern bestimmen. Fig. 142.

Es ist nämlich, wenn die Römischen Zahlen die Anzahl der Gläser bedeuten:

II.

[illegible]

Bey 2 Gläsern ist [illegible] $\frac{mp}{b}$ = ROQ. Allein ist [illegible] ROQ = $\varphi - \psi$. Folglich ist $\frac{mp}{b} = \varphi - \psi$,

folglich $m = \frac{b(\varphi - \psi)}{p} = \frac{b}{p} \cdot \frac{\varphi - \psi}{1}$.

Bey 3 Gläsern ist [illegible] $\frac{mp}{b}$ = COR. Nun ist [illegible] COR = $\varphi - \pi + \phi$. Folglich $\frac{mp}{b} = \varphi - \pi + \phi$,

folglich $m = \frac{b(\varphi - \pi + \phi)}{p\phi} = \frac{b}{p} \cdot \frac{\varphi - \pi + \phi}{\phi}$,

Und so auch bey mehreren Gläsern.

Zusatz. Hieraus ist, wenn das Gesicht deutlich seyn [illegible], daß das letzte Bild [illegible] der Ferne jenseit des Punkts O, wo das Auge stehet, liegen [illegible] von demselben, da denn von OG, OH, OI je[illegible] negativ werden muß.

§. 98.

Aufgabe. Wie zu einem Punkte des Gegenstandes gehörigen Strahlen werden durch das letzte Glas parallel; man soll die Vergrösserung bey zwey und mehrern Gläsern bestimmen.

Dieser

des Bildes B, über das Glas hinaus, weil sie meint, daß der Gegenstand zwischen dem Auge und dem Glase sich befinde.

3. Ist x = p, so wird §. 14. Fall 1. das Bild unendlich weit entfernt, da die von jedem Punkte ausgehenden Strahlen nach dem Brechen parallel werden. [illegible] gehöre [illegible] einem [illegible] Also ist nach [illegible] [illegible] $\frac{[illegible]}{[illegible]}$. Demnach ist $\varphi = \frac{[illegible]}{h}$, folglich [illegible] [illegible] das ist $h = [illegible]$, folglich $\frac{h}{[illegible]} = m$, das heißt, das Glas vergrößert so vielmal, als der Durchmesser p [illegible] in der angenommenen Weite h enthalten ist. Und dies gilt auch für den ersten Fall, wofern das Auge nahe hinter das Glas gehalten wird.

4. Durch ein Zerstreuungsglas §. [illegible] vergrößern sich die Gegenstände [illegible]. Es erscheint [illegible] Wäre hier [illegible] der Gegenstand, so ist [illegible] das Bild, welches daher in O unter einem kleinern Winkel, als das Object [illegible] erscheint. Durch ein solches Glas erscheinen wie die Gegenstände verkleinert und entfernter, als mit bloßen Augen, [illegible] daher [illegible] wenn [illegible] das Bild dem Auge nicht [illegible] ist.

§. [illegible]

Aufgabe. Man sieht [illegible] im Durchschnitte [illegible] der Hauptstrahl [illegible] dem [illegible] Glase; man soll die Vergrößerung bey zwey und mehrern Gläsern bestimmen. Fig. 142.

Es ist nämlich, wenn die Römischen Ziffern die Anzahl der Gläser bedeuten:

$$\text{II. } m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi - \varphi}{\varphi}; \text{ III. } m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi' - \pi + \varphi}{\varphi};$$

$$\text{IV. } m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi} \text{ u. s. w.}$$

Bey 2 Gläsern ist §. 35. $\frac{ma\varphi}{h} = BOQ$. Nun ist

§. 32. $BOQ = \pi - \varphi$. Folglich ist $\frac{ma\varphi}{h} = \pi - \varphi$,

folglich $m = \frac{h(\pi - \varphi)}{a\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi - \varphi}{\varphi}$.

Bey 3 Gläsern ist §. 35 $\frac{ma\varphi}{h} = CO'R$. Nun ist

§. 32. $CO'R = \pi' - \pi + \varphi$. Folglich $\frac{ma\varphi}{h} = \pi' - \pi + \varphi$,

folglich $m = \frac{h(\pi' - \pi + \varphi)}{a\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi' - \pi + \varphi}{\varphi}$.

Und so auch bey mehrern Gläsern.

Zusatz. Hiebey ist, wenn das Sehen deutlich werden soll, nöthig, daß das letzte Bild nicht wie in der Figur hinter dem Punkte O, wo das Auge stehet, liege, sondern vor demselben, da denn von OG, O'H, O''I jedesmal das letzte negativ werden muß.

§. 38.

Aufgabe. Die zu einem Punkte des Gegenstandes gehörigen Strahlen werden durch das letzte Glas parallel; man soll die Vergrösserung bey zwey und mehrern Gläsern bestimmen.

Dieser

Dieser Fall entstehet, §. 19. Zus. 2. wenn das durch das vorletzte Glas gemachte Bild in den Brennpunkt des letzten Glases fällt. Es ist aber alsdenn:

II. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q}$; III. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta}{br}$, IV. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs}$ u. s. w.

Denn nach der Voraussetzung ist §. 34. Zus. $\pi = \frac{\alpha}{q}\varphi + \varphi$, folglich §. 37. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\frac{\alpha}{q}\varphi + \varphi - \varphi}{\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q}$. Auf eben die Art ist §. 32. Zus. $\pi' - \pi = \frac{\alpha\beta\varphi}{br} - \varphi$, folglich §. 37. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\frac{\alpha\beta\varphi}{br} - \varphi + \varphi}{\varphi}$ $= \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta}{br}$. u. s. w.

Zusatz. 1. Hier ist es einerley, ob man die Entfernung des letzten Bildes vom Orte des Auges positiv oder negativ nehmen will. Denn Parallelstrahlen können immer angesehen werden, als kämen sie von einem unendlich weiten Punkte her, oder giengen nach einem solchen Punkte hin.

2. Ist $h = a$, und $\alpha = p$, so ist I. $m = \frac{h}{a} = \frac{a}{a} = 1$; II. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q} = \frac{p}{q}$; III. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta}{br} = \frac{p\beta}{br}$; IV. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs} = \frac{p\beta\gamma}{bcs}$ u. s. w.

§. 39.

§. 39.

Aufgabe. Der Abstand des Durchschnitts des Hauptstrahls mit der Axe vom nächsten Bilde, GO, HO′, IO″, werde überhaupt durch l ausgedrückt; man soll diesen Abstand in die Formeln für die Vergrösserung bringen. Fig. 142.

Da §. 33. $OG = l = \frac{\alpha\beta}{b} \cdot \frac{\varphi}{\pi - \varphi}$, so ist $\frac{\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{\alpha\beta}{bl}$. Eben so, da §. 33. $O'H = l = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \cdot \frac{\varphi}{\pi' - \pi + \varphi}$, so ist $\frac{\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcl}$ u. s. w.

Bringt man diese Werthe in die Formeln §. 37, so ist II. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta}{bl}$; III. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma}{bcl}$ u. s. w.

Zusatz. 1. Gehen die Strahlen parallel ins Auge, z. E. hinter QQ, so ist l, das ist hier GO, unendlich, weil der Strahl die Axe nicht schneidet; auch ist β, hier BG, unendlich, weil kein Bild entsteht. Folglich ist $\frac{\beta}{l} = \frac{\infty}{\infty} = 1$; und so auch bey mehrern Glasern.

2. Erhält m einen negativen Werth: so bedeutet es, daß der Winkel O eine entgegengesetzte Lage hat, daß also für eine gerade Anzahl Gläser das Object aufrecht; für eine ungerade aber verkehrt erscheint. Fällt der Durchschnittspunkt O vor das letzte Glas: so bleiben dem ohngeachtet §. 36. die Formeln für m.

IV. Gesichtsfeld.

§. 40.

Aufgabe. Die Größe des Gesichtsfeldes zu bestimmen.

Es sey §. 27. das halbe Gesichtsfeld $EA_{\varepsilon} = \varphi$: so ist nach der Anzahl der Gläser:

II. $\varphi = \frac{h\pi}{ma + h}$; III. $\varphi = \frac{h(\pi' - \pi)}{ma - h}$; IV. $\varphi = \frac{h(\pi'' - \pi' + \pi)}{ma + h}$; V. $\varphi = \frac{h(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi)}{ma - h}$ u. s. w.

Denn da §. 37. für 2 Gläser $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi - \varphi}{\varphi}$, so ist $m\varphi = \frac{h\pi}{a} - \frac{h\varphi}{a}$, folglich $\frac{ma + h}{a}\varphi = \frac{h\pi}{a}$, folglich $\varphi = \frac{h\pi}{a} \cdot \frac{a}{ma + h} = \frac{h\pi}{ma + h}$. Eben so schließt man bey mehren Gläsern.

Fahren die Strahlen durch das letzte Glas parallel aus: so ist §. 38. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q}$, folglich $\frac{ma}{h} = \frac{\alpha}{q}$. Nun ist §. 34. Zus. $\pi = \left(\frac{\alpha}{q} + 1\right)\varphi$. Folglich ist $\pi = \left(\frac{ma}{h} + 1\right)\varphi = \frac{ma + h}{h}\varphi$, folglich $\frac{\pi h}{ma + h} = \varphi$ u. s. w.

Zusatz. 1. Da in beyden Fällen φ einerley Werth erhält: so ist es für das Gesichtsfeld gleichgültig, ob die

zu

IV. Gesichtsfeld.

§. [illegible]

Aufgabe. Die Größe des Gesichtsfeldes zu bestimmen.

[illegible] §. [illegible] der [illegible] Gesichtsfeld [illegible] nach der Regel [illegible]

[illegible] $\varphi = \frac{h(\alpha + \beta)}{ma + h}$, III. $\varphi = $ [illegible] $\frac{h(\alpha + \beta + \gamma)}{ma + h}$ u. s. w.

Wenn bey §. 37. für 2 Gläser [illegible] $= \frac{h}{a}$ [illegible], so

[illegible] $= \frac{hp}{a}$ [illegible], folglich $\frac{ma + h}{a}$ [illegible] $\frac{hp}{a}$, folg-

lich $\varphi = \frac{hp}{a} \cdot \frac{a}{ma + h} = \frac{hp}{ma + h}$. Eben so findet man bey mehrern Gläsern.

Haben die Gläser durch das [illegible] gemacht, so ist §. 38. $p = \frac{h}{a}$ [illegible], folglich $\frac{ma}{h}$ [illegible]

Nun ist §. 54. [illegible] $= \left(\frac{m}{q} + 1\right)\varphi$. Folglich ist

[illegible] $= \left(\frac{ma}{h} + 1\right)\varphi = \frac{ma + h}{h}\varphi$, folglich $\frac{[illegible]}{ma + h} = \varphi$

u. s. w.

Zusatz. 1. Da in beyden Fällen φ einerley Werth erhält: so ist es für das Gesichtsfeld gleichgültig, ob die

ge

zu einem Punkte gehörigen Strahlen zuletzt parallel werden, oder nicht.

2. Die Vergrösserung, und das Gesichtsfeld, oder m und φ, hängen dergestalt von einander ab, daß das eine abnimmt, wenn das andre zunimmt.

3. Ist h = a, folglich $ma \mp h = ma \mp a = (m \mp 1) a$: so ist II. $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$; III. $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m-1}$; IV. $\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m+1}$; V. $\varphi = \frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi}{m-1}$ u. s. w.

§. 41.

Aufgabe. Die Entfernung zu finden, in welcher das Auge hinter dem letzten Glase befindlich seyn muß, um das Gesichtsfeld ganz und unter möglichster Helligkeit zu übersehen. Fig. 142.

In O, O', O'', wo sich alle Strahlen schneiden, die von jedem Punkte des Objects durch die Mitte des ersten Glases gehen, erhält das Auge die Axen aller Strahlenkegel, welche von jedem Punkte des Objects durch die Gläser gelassen werden, und übersiehet also so viel, als durch die Gläser zu sehen möglich ist, und zwar mit fast gleicher Helligkeit, wofern die Oefnungen etwas größer gemacht sind, als es wegen der Hauptstrahlen allein nöthig wäre §. 28. Zus. 2.

Dieses vorausgesetzt wäre also BO, CO', DO'' u. s. w. zu bestimmen, welches §. 32. bereits geschehen ist. Anstatt der daselbst befindlichen Formeln, kann man auch setzen: $BO = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi q}{m\varphi}$; $CO' = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi' r}{m\varphi}$; $DO'' = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi'' s}{m\varphi}$; u. s. w.

Denn da §. 37. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi - \varphi}{\varphi}$, so ist $m\varphi = \frac{h}{a}(\pi - \varphi)$, folglich $\frac{m\varphi a}{h} = \pi - \varphi$. Nun ist §. 32. $BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}$. Folglich ist $BO = \frac{\pi q h}{\mu \varphi a} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi q}{m\varphi}$ u. s. w.

Zusatz. 1. Soll das Auge an dieser Stelle deutlich sehen, welches nie geschiehet, wenn die Strahlen convergent ins Auge fallen: so dürfen die §. 33. gegebenen Werthe nie positiv seyn, sondern müssen entweder unendlich, oder negativ werden. Nämlich das Auge des Weitsichtigen vereinigt parallele Strahlen in einem Punkte der Netzhaut; daher muß das vorletzte Bild in dem Brennpunkte des letzten Glases stehen, wodurch die Werthe §. 33. unendlich werden, nach §. 19. Zus. 2. Das Auge eines Kurzsichtigen vereinigt divergente Strahlen in einem Punkte der Netzhaut; daher muß das letzte Glas ein wenig mehr dem vorletzten Bilde genähert werden, wodurch die Werthe §. 33. negativ werden, nach §. 19. Zus. 3.

2. Wird die Entfernung des Punktes O negativ, so fällt er auf die andre Seite des letzten Glases, und das Auge erhält die Axen der verschiednen Strahlenkegel nunmehr divergent, und muß daher hart an das letzte Glas gehalten werden, um von solchen divergirenden Strahlen so viele aufzufangen, als es die Größe des Augensterns erlaubt.

V. Hel-

V. Helligkeit.

§. 42.

Die Helligkeit ist der Eindruck, den das Licht eines Gegenstandes, oder seines Bildes im Auge macht; und ist desto größer, je größer der Augenstern, je dichter die Strahlen, die ihn erfüllen, und je kleiner der Raum ist, in welchem sie auf der Netzhaut ausgebreitet sind.

Zusatz. 1. Man kann dieses die absolute oder geometrische Helligkeit nennen, von der hier bloß die Rede ist, um sie von der relativen zu unterscheiden, die von der Beschaffenheit eines jeden Auges, von dem Urtheile der Seele, und von andern Umständen abhängt.

2. Auch ist hier nicht die Absicht, die Helligkeit genau zu messen, welches in der Photometrie geschiehet, sondern nur die Umstände anzugeben, unter welchen die möglichst gröste Helligkeit mittelst dioptrischer Werkzeuge zu erhalten ist. Daher ist es hier gleichgültig, ob die Helligkeit gerade in eben der Verhältniß, wie die Dichtigkeit des Lichts, zunehme, oder nicht. Auch brauchen wir das durch die Gläser verloren gehende Licht hiebey nicht mit in Rechnung zu bringen, indem wir uns, wenn es in andrer Absicht nöthig ist, mehrere Gläser zu gebrauchen, den Verlust am Lichte gefallen lassen müssen, oder solchen Abgang durch die Vermehrung des einfallenden Lichts ersetzen können. Nicht weniger ist es uns vergönnt, den Einfluß aus der Acht zu lassen, den die Schiefe der einfallenden Strahlen auf die Helligkeit haben kann; indem wir bloß die Dichtigkeit derjenigen Strahlen untersuchen, die von dem in der Axe der Gläser liegenden Punkte des Gegenstandes herkommen, da wir die Absicht der möglichst grösten Helligkeit gewiß erreicht haben,

wenn der Theil des Gegenstandes zunächst um der Axe so helle als möglich erscheint.

3. Bey Bestimmung der Helligkeit durch dioptrische Werkzeuge legt man die Helligkeit des Gegenstandes zum Grunde, wie er mit bloßen Augen in einer beliebigen Entfernung, z. B. in der vom ersten Glase, erscheint. Setzt man nun die Vergrösserung m, so verhalten sich die Sehewinkel ohne und durch die Gläser wie 1 : m, folglich die Bilder auf der Netzhaut wie $1 : m^2$, wenn anders solche Bilder den Sehewinkeln proportionirt sind, wie wir wenigstens von den zunächst der Axe liegenden Theilen annehmen können. Nun ist die Helligkeit in umgekehrter Verhältniß dieser Bilder. Folglich ist die Helligkeit ohne und durch die Gläser, wenn alles übrige gleich ist wie $m^2 : 1$, folglich die Helligkeit durch Gläser $= \frac{1}{m^2}$. Dagegen aber kann das Auge alles Licht, das auf das erste Glas fällt erhalten, welches weit mehr ist, als was durch die kleine Oefnung des Augensterns vom Gegenstande unmittelbar hineinfällt. Beydes Licht mit einander zu vergleichen, müssen wir die Dichtigkeit der Strahlen, die von einem besonders zunächst der Axe liegenden Punkte des Gegenstandes auf das Auge fallen, in beyden Fällen gegen einander halten, wobey wir den auffallenden Strahlenkegel als gleichförmig dicht an seiner Grundfläche auf dem Vorderglase annehmen, welches desto richtiger, je entlegener der leuchtende Punkt ist.

4. Steht daher das Auge hart hinter einem einzelnen Glase PP, Fig. 143, dessen Oefnung nicht kleiner als der Augenstern ist: so ist die Helligkeit ohne und mit dem Glase einerley, weil der Sehewinkel in beyden Fällen einerley ist, folglich, die Dicke des Glases nicht gerechnet, beydemal gleich viel Strahlen ins Auge kommen.

Wäre

Wäre die Oefnung des Glases kleiner als der Augenstern: so würde die Helligkeit in solcher Verhältniß vermindert.

§. 43.

Aufgabe. Den Halbmesser y des, dem in der Axe befindlichen Punkte des Objects E zugehörigen, Strahlenkegels nach zwey oder mehrmaliger Brechung zu bestimmen. Fig. 141.

Nach beygesetzter Anzahl von Gläsern ist II. $y = \frac{bx}{\alpha\beta} l$; III. $y = \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma} l$; IV. $y = \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma\delta} l$.

Der der Punkt E mache seine Bilder in den Punkten G, H, I. Vor jedem derselben errichte man auf der Axe in einem beliebigen Punkte O einen Perpendikel, wie Oo, und nenne ihn y, seinen Abstand, wie OG, aber l.

Nun ist für zwey Gläser Oo = y, OG = l, und im ΔOGo, 1 : tang OGo = OG : Oo, oder 1 : OGo = l : y, aber §. 29. BGq, das ist $OGo = \frac{bx}{\alpha\beta}$. Folglich ist $y = \frac{bx}{\alpha\beta} l$.

Für 3 Gläser ist O′o = y, O′H = l; für 4 Gläser O″o = y, O″I = l; und der Beweiß wird eben so geführt.

Zusatz. 1. Ist O der Punkt, wo die Axen aller Strahlenkegel einander schneiden, wo daher das Auge stehen muß: so ist $my = \frac{h}{a} x$. Denn z. E. für 2 Glä-

ser ist $y = \frac{bx}{\alpha\beta} l$, und §. 39, $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta}{bl}$, folglich $my = \frac{h}{a} x$.

2. Ist $h = a$, so ist $my = x$, folglich auch $1 : m = y : x$ und $1 : m^2 = y^2 : x^2$.

§. 44.

Die Helligkeit ohne und mit Gläser ist in quadratischer Verhältniß der Halbmesser, des Augensterns ω, und des Strahlenkegels am Auge y; wobey aber y nicht größer als ω seyn darf, und der Verlust des Lichts durch die Gläser nicht mitgerechnet wird.

Denn es ist eben so gut, als ob der Halbmesser des Augensterns beym Gebrauch der Gläser y wäre, da er ohne Gläser ω ist. Demnach ist §. 42. und §. 42. Zus. 3. die Verhältniß der Helligkeit ohne und mit Gläser aus den Verhältnissen $1 : m^2$, $m^2 : 1$, und $\omega^2 : y^2$, zusammengesetzt, woraus die Verhältniß $\omega^2 : y^2$ entsteht.

Zusatz. 1. Ist daher $y = \omega$, so ist die Helligkeit beyderseits gleich, welches selten zu erhalten ist, wofern man nicht mit einer geringen Vergrösserung zufrieden seyn will. Ist $y < \omega$, so ist die Helligkeit durch Gläser kleiner als mit bloßen Augen. Ist $y > \omega$, so ist der Theil der Strahlen, welcher den Stern vorbeyfährt, ganz unnütz. Demnach ist in keinem Falle durch Gläser eine Helligkeit zu erhalten möglich, die größer, als die mit bloßen Augen wäre.

2. Herr Lambert hat nach sorgfältigen Versuchen den Durchmesser des Augensterns, wenn er am grösten war 1, 13, und wenn er am kleinsten, 3, 1 Pariser Linien gefunden.

gefunden. Demnach fällt der Halbmesser ω zwischen 0,047 und 0,13 Zoll. Setzen wir $\omega = 0,05'' = \frac{1}{20}''$, so ist, wenn $y = \frac{1}{20}''$, die Helligkeit durch Gläser der mit bloßen Augen gleich; wenn aber $y < \frac{1}{20}''$, jene in quadratischer Verhältniß kleiner, oder die vierte Proportionalzahl zu $\frac{1}{400}$, y^2, und 1, folglich $= 400\, y^2$, deren Wurzel 20 y das Maaß der Helligkeit heißen soll.

VI. Teleskope.

§. 45.

Ein Teleskop oder Fernrohr, wodurch man entlegene Gegenstände deutlich und unter einem vergrösserten Sehewinkel erblicken kann, besteht aus zwey oder mehrern geschliffenen Gläsern, die in einer Röhre so eingeschlossen sind, daß ihre Axen in einer geraden Linie liegen. Das Glas welches dem entfernten Gegenstande zugekehrt ist, heißt das Objectivglas, und ist allemahl ein Sammlungsglas; die dem Auge zugekehrten Gläser heißen Oculargläser. Nach der Zahl der wirklichen oder physischen Bilder hat man 3 Klassen von Fernröhren, wovon die erste gar kein wirkliches Bild, die zweyte nur eins, die dritte aber zwey wirkliche Bilder macht.

Zusatz. 1. Ueberhaupt kann zwar die Anzahl der wirklichen Bilder der Anzahl der Gläser gleich seyn, wie man an Fig. 142. siehet; so oft aber der zu einem Glase gehörige hintere Vereinigungspunkt über das folgende Glas hinaus, oder vor jenes fällt, daß er ein Zerstreuungspunkt wird, so oft wird das Bild ein eingebildetes oder geometrisches Bild.

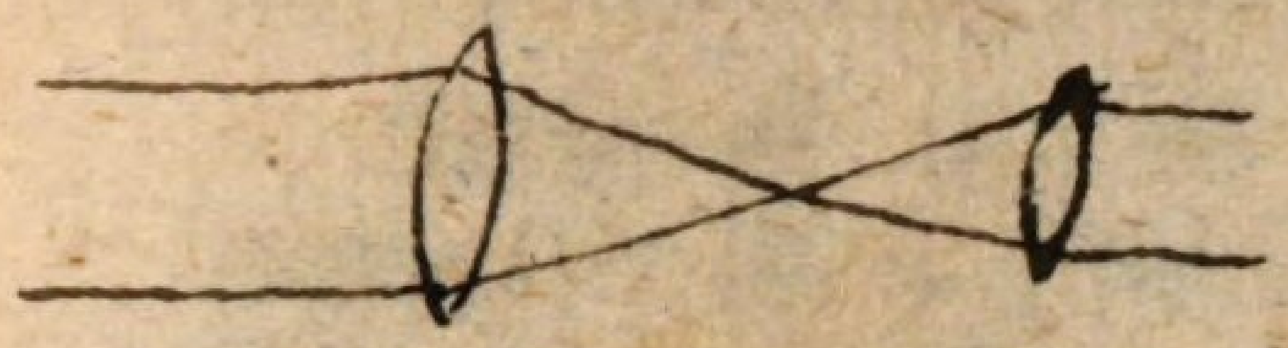
2. Die gemeinsten Fernröhre, auf die wir uns hier einschränken, sind nach obigen 3 Klassen: das Galiläische, oder holländische, welches mit dem Objectivglase

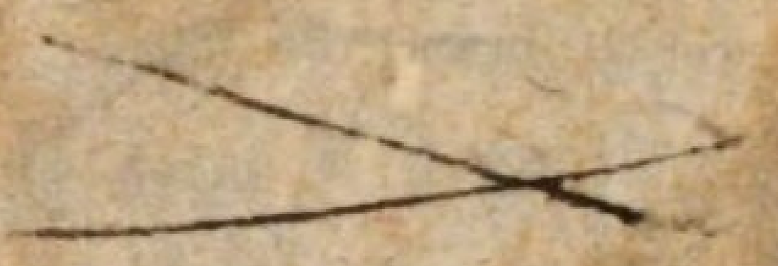
ein hohles Ocularglas in einem Abstande verbindet, welcher der Differenz der beyderseitigen Brennweiten gleich ist; das astronomische nach Keplern, welches mit dem Objectivglase ein erhabenes Ocularglas in einem Abstande verbindet, welcher der Summe der beyderseitigen Brennweiten gleich ist; das Erdfernrohr nach dem Pater Rheita, welches aus dem astronomischen entstehet, wenn noch zwey convexe Ocurargläser hinzukommen, die von einander um die Summe ihrer Brennweiten abstehen.

Anmerkung. 1. Die besondern Gattungen der 3 allgemeinen Klassen kann man nach der Lage der wirklichen Bilder bestimmen. Z. E. das erste wirkliche Bild kann entweder unmittelbar durch das Objectiv gemacht werden, oder erst mittelst eines Collectivglases; das zweyte wirkliche Bild kann in der Ordnung aller Bilder entweder das zweyte, oder das dritte, oder eins der folgenden seyn.

2. Nach des Borellus Erzählung ist Zacharias Jansen, ein Brillenmacher in Middelburg, der Erfinder der Fernröhre. Da sie von ihm, und nachher von andern in Holland verfertigt worden: so nennt man sie holländische. Als dem Galiläi 1609 erzählt wurde, daß ein Holländer dem Graf Moritz von Nassau ein optisches Instrument überreicht habe, wodurch man entlegene Sachen so groß und deutlich als in der Nähe sehen könnte; so erfand er für sich eben ein solches Fernrohr, welches daher auch das Galiläische heißt. Johann Kepler erklärte noch besser die Wirkung dieses Fernrohrs, und gab das astronomische oder Sternrohr an. Weil dadurch die Objecte umgekehrt erscheinen, so fügte der Pater Rheita noch zwey erhabene Oculare hinzu, und erfand das Erdfernrohr, wodurch man, eben so wie durch das holländische, die Gegenstände aufrechts erblickt.

A
B
C





§. 46.

Aufgabe. Die Einrichtung und Wirkung des Galiläischen Fernrohrs zu bestimmen. Fig. 144.

Es sey AF = p die Brennweite des erhabenen Objectivs PP; BF = q die Brennweite des hohlen Oculars QQ; Eε ein entlegener Gegenstand: so würde derselbe §. 19. Zus. 1. durch das Objectiv sein Bild in Fζ machen, so daß F der Vereinigungspunkt aller von E auf das Objectiv fallenden Strahlen wäre, so wie ζ der Vereinigungspunkt aller von ε auffallenden Strahlen εp, εA, εp. Alle diese Strahlen aber treffen vor ihrer Vereinigung auf das hohle Ocularglas QQ in solcher Richtung, daß in der Formel §. 20. $\beta = \frac{-bq}{b+q}$, b negativ und = q ist, folglich β negativ und unendlich wird, das ist, ein geometrisches Bild in unendlicher Entfernung entsteht; indem das Ocular die Strahlen aus E der Axe BF, und die Strahlen aus ε dem Hauptstrahl ζB parallel bricht. Da also das erste Bild gar nicht zu stande kömmt, das zweyte aber nur eingebildet ist: so macht dieses Fernrohr gar kein wirkliches Bild, und gehört daher zu der ersten Klasse der Fernröhre.

Der Hauptstrahl εAq ist als ein Strahl anzusehen, der von dem Punkte A, und daher in der Weite AB auf das zweyte Glas fällt. Folglich ist §. 20. die Vereinigungsweite nach der Brechung BO = $\frac{AB.\,q}{AB+q}$. Nun war §. 25. der Abstand der beyden Gläser AB durch α + b ausgedrückt, der hier α − b, und noch bestimmter p − q ist, wo man unter p und q bloß die absolute Grössen versteht. Folglich ist BO = $\frac{(p-q)q}{p-q+q} = \frac{(p-q)q}{p}$, welche aber vor das Glas zu tragen ist, weil die negative

Brennweite q den Zähler dieses Bruchs negativ macht. Nun ist BO : BA = BAq : BOq, wo BAq = EAε = φ. Folglich ist $\frac{(p-q)q}{p}$: p − q = φ : BOq, das ist, $\frac{q}{p} : 1 = \varphi$: BOq, folglich BOq = $\frac{p}{q}\varphi$. Das Auge erhält den von ε kommenden Strahl nach der Richtung Oq wie von einem über der Axe liegenden Punkte, und siehet also den Gegenstand Eε aufrecht und unter dem Winkel BOq, da er ohne Gläser unter dem Winkel EAε = φ erscheinen würde. Demnach ist die Vergrösserung m = $\frac{p}{q}$.

Allgemeinere Auflösung.

1. Für die Vergrösserung ist §. 38. Zus. 2. $m = \frac{p}{q}$, weil für Teleskope §. 35. h = a, und §. 19. Zus. 1. α = p ist.

2. Der Gegenstand erscheint §. 39. Zus. 2, aufrechts, weil $m = \frac{p}{-q}$.

3. Für das Gesichtsfeld ist §. 40. Zus. 3. $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$. Da aber Bq = πq hier die Lage der 142. Figur hat: so muß §. 28. Zus. 1. πq positiv, folglich, da q negativ ist, auch π negativ seyn. Dies giebt $\varphi = \frac{-\pi}{-m+1} = \frac{-\pi}{-(m-1)} = \frac{\pi}{m-1}$. Setzt man πq = ω, folglich $\pi = \frac{\omega}{q}$: so ist, weil $m = \frac{p}{q}$, folglich $q = \frac{p}{m}$ ist, $\pi = \frac{\omega m}{p}$, folglich $\varphi = \frac{\pi}{m-1} = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p}$.

4. Der

4. Der Ort des Auges ist §. 41. Zus. 2. hart am Glase, weil §. 32. $BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}$, und π nebst q, daher auch BO, negativ ist. Ist also vom Gesichtsfelde die Rede, so viel davon mit einem Blicke zu übersehen ist: so muß ω dem Halbmesser des Augensterns, etwa $\frac{1}{20}$ Zoll gleich seyn. Ist aber vom Gesichtsfelde die Rede, welches man allmählig übersieht, wenn sich das Auge über der Fläche des Oculars hinbewegt; so kann man ω auch größer nehmen. Das Gesichtsfeld hängt bey dieser Art Fernröhre auch noch von der Oefnung des Objectivs ab; indem von den Strahlen, die gegen den Rand des Objectivs zu einfallen, doch einige noch in das Auge kommen können, wenn gleich die dazu gehörigen Hauptstrahlen vorbeygehen. Daher pflegt auch, besonders in den Taschenperspectiven das Objectivglas sehr breit gemacht zu werden.

5. Für die Helligkeit ist §. 43. Zus. 2. $my = x$, folglich $y = \frac{x}{m}$, wo y der Halbmesser des Strahlencylinders, den das Auge bekömmt, dem Halbmesser des Augensterns ω so nahe als möglich kommen muß, weil §. 44. die Helligkeit auf dem Quotienten $\frac{yy}{\omega\omega}$ beruhet.

§. 47.

Aufgabe. Die Einrichtung und Wirkung des Keplerischen Sternrohrs zu bestimmen. Fig. 145.

Hier ist alles wie §. 46. und Fig. 144. nur daß das Bild des Gegenstandes $F\zeta$ vor das erhobene Ocular in der Distanz seiner Brennweite BF fällt, daher §. 19. Zus. 2. ein unendlich entferntes Bild entsteht, da die Strahlen aus F der Axe BO, aus ζ aber dem Haupt-

strahle ζB parallel gebrochen werden, so daß der Strahl εq in die Lage qO kommt; daher das Auge den Gegenstand Eε verkehrt und unter dem Winkel BOq = FBζ siehet. Da also das erste Bild wirklich, das zweyte nur eingebildet ist: so macht dieses Fernrohr nur ein wirkliches Bild, und gehört also zur zweyten Klasse. Es ist aber

1. für die Vergrösserung §. 38. Zus. 2. $m = \frac{p}{q}$ aus vorigen Gründen §. 46.

2. Der Gegenstand erscheint §. 39. Zus. 2. verkehrt, weil hier zwey Gläser, und m positiv ist.

3. Für das Gesichtsfeld ist §. 40. Zus. 3. $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$, wo π so wohl als m positiv ist. Setzt man $\pi = \frac{1}{4}$, so ist $\varphi = \frac{1}{4(m+1)} = \frac{3437\ \text{Min.}}{4(m+1)} = \frac{859.\ \text{Min.}}{m+1}$ §. 29. Anm.

4. Die Entfernung des Auges vom Ocular ist §. 32.

$$BO = \frac{\pi q}{m\varphi} = \frac{\pi q}{m} : \varphi = \frac{\pi q}{m} \cdot \frac{m+1}{\pi} = \frac{m+1}{m} \cdot q = \left(\frac{m}{m} + \frac{1}{m}\right) q = q + \frac{1}{m} q.$$

5. Für die Helligkeit ist §. 44. der Quotient $\frac{yy}{\omega\omega}$, und §. 43. Zus. 2. $my = x$, folglich $y = \frac{x}{m}$.

§. 48.

Aufgabe. Die Einrichtung und Wirkung beym Erdfernrohr des Pater Rheita zu bestimmen. Fig. 146.

Hier

Hier hat man 4 erhobene Gläser, deren Mittelpunkte A, B, C, D, sind, und von denen so wohl die beyden ersten, als die beyden letzten, um die Summe ihrer Brennweiten von einander abstehen. Daher kann man dieses Fernrohr, als ein doppeltes Keplerisches Sternrohr ansehen, so daß die Strahlen eines jeden Punkts, wie ε, welche aus dem ersten Rohre parallel ausgehen, als aus einer unendlichen Entfernung, auf des zweyten Rohrs Objectiv RR fallen, hinter demselben in der Distanz seiner Brennweite sich vereinigen, und daselbst das zweyte Bild Hϑ im Brennpunkte des Oculars SS machen, welches dem Auge in O‴ aufrecht, und, wenn die beyden Oculare RR, SS, gleiche Brennweiten haben, nicht weiter vergrössert erscheint. Da hier zwey wirkliche Bilder Fζ, Hϑ, gemacht werden: so gehört dieses Fernrohr zu der dritten Klasse.

§. 49.

Aufgabe. Ein Fernrohr für jede Distanz der Objecte, und für jedes Auge zu stellen.

Erstlich. Für das Sternrohr Fig. 145. sey a, α, b, p, q, wie §. 25. Zus. und §. 35. Zus. 1; h die Grenze des deutlichen Sehens. Nun ist §. 15. Zus. 3. $\alpha = \frac{ap}{a-p}$; und in der Formel §. 15. Zus. 4. $a = \frac{\alpha p}{\alpha - p}$, für das Ocular, b anstatt a, q anstatt p, und −h anstatt α zu setzen; demnach $b = \frac{-hq}{-h-q} = \frac{-hq}{-(h+q)} = \frac{hq}{h+q}$. Folglich ist die Entfernung der beyden Gläser von einander $AB = \alpha + b = \frac{ap}{a-p} + \frac{hq}{h+q}$.

Ist der Gegenstand, den man durch das Fernrohr betrachtet, weit entlegen, so daß a gegen p unendlich: so ist $AB = p + \frac{hq}{h+q}$. Ist überdem das Auge so weitsichtig, daß man h unendlich groß gegen q setzen kann: so ist $AB = p + q$. Für den Kurzsichtigen aber bleibt $AB = p + \frac{h}{h+q} \cdot q = p + (1 - \frac{q}{h+q}) q = p + q - \frac{q}{h+q} \cdot q$, (weil $1 - \frac{q}{h+q} = \frac{h}{h+q}$ ist).

Zweytens. Beym Galiläischen Fernrohre finden eben diese Formeln statt, wenn man $AB = \alpha - b$, und q negativ setzt. Demnach ist $AB = \frac{ap}{a-p} = \frac{hq}{h-q}$, folglich für weit entlegene Objecte $AB = p - \frac{hq}{h-q}$, und für einen Weitsichtigen $AB = p - q$, für den Kurzsichtigen aber $AB = p - q - \frac{q}{h-q} \cdot q$.

§. 50.

Verbesserte, oder achromatische Fernröhre heben völlig oder doch beynahe die Undeutlichkeit des Bildes, welche §. 9. aus der Farbenzerstreuung und aus der Abweichung des Lichts wegen der Kugelgestalt der Gläser, entstehet. Man nimmt dazu theils mehrere und aus bessern Glasarten bestehende Oculare; theils ein zusammengesetztes Objectivglas, welches aus zweyerley Glasarten, besonders Kron- und Flintglas, bestehet, ein deutliches von allen Farben reines Bild macht, und daher ein achromatisches Objectiv

jectiv heißt. Ein doppeltes Objectiv besteht aus einer convexen Linse von Kronglas, und aus einer concaven Linse von Flintglas; ein dreyfaches Objectiv besteht aus zwey convexen Linsen von Kronglas, zwischen denen eine concave Linse von Flintglas sich befindet.

Anmerkung. 1. Mit dieser historischen Erklärung der verbesserten Fernröhre müssen wir uns in der Elementardioptrik begnügen, weil ihre genauere Untersuchung auf der Theorie der Farbenzerstreuung und Abweichung des Lichts wegen der Kugelgestalt beruhet. Indeß vorausgesetzt, daß die verbesserten Fernröhre das leisten, was ihre Beschreibung verspricht, kann man sich ihren großen Vorzug vor den gemeinen Fernröhren aus Obigem begreiflich machen. Denn da bey einem Fernrohre die Vergrösserung desto ansehnlicher ist, je kleiner die Brennweite des Oculars gegen die Brennweite des Objectivs seyn kann: so könnte man mit einem Fernrohre von mäßiger Länge eine gar ansehnliche Vergrösserung zu Wege bringen, wenn alle Lichtstrahlen sich in ihren Sammlungspunkten so vereinigten, als es die Rechnung annimmt, aber wegen der Farbenzerstreuung nicht geschiehet. Um auch das, was bey mehrerer Vergrösserung der Helligkeit und dem Gesichtsfelde abgeht, wieder zu ersetzen, müßte man dem Objective so wohl als den Ocularen hinlänglich große Oefnungen geben, woran man aber durch die Abweichung des Lichts wegen der Kugelgestalt der Gläser verhindert wird.

2. Zur kurzen Geschichte der verbesserten Fernröhre diene folgendes aus der eigenen Nachricht des Herrn Euler. Nach Erfindung der Teleskope bedienten sich die berühmtesten Astronomen übermäßig langer Fernröhre, wodurch sie doch bey weiten nicht die Entdeckungen machten, die man sich davon hätte versprechen sollen; weil, je weiter sie die Vergrösserung trieben, desto undeutlicher die

Gegen-

Gegenstände durch die Farben wurden. Newton entdeckte zuerst die wahren Ursachen dieses Fehlers, brachte die Spiegelteleskope an die Stelle der dioptrischen, und bewieß, daß bey den letztern dem Fehler gar nicht abzuhelfen wäre. Herr Euler fand bey genauer Untersuchung der Brechungsgesetze, daß Newtons angebliche Demonstration auf einigen sehr zweifelhaften Voraussetzungen beruhete, und wurde durch angestellte Versuche und durch den wundervollen Bau des menschlichen Auges, worinn das Licht durch verschiedne Feuchtigkeiten gebrochen wird, überzeugt, daß es auf diesem Wege möglich sey, die Farbenzerstreuung zu heben. Gegen diese Meynung vertheidigte Herr Dollond in England Newtons Demonstration mit vieler Hitze; stellte aber doch allerhand Versuche an, die dann Eulers Behauptung außer Zweifel setzten. Nun arbeitete dieser geschickte Künstler an einer Verbesserung, und brachte die Fernröhre zu einer so grossen Vollkommenheit, daß sie durchgehends den Spiegelteleskopen vorgezogen wurden. Weil er aber nach seinem eigenen Geständniß, nur durch Herumtappen zu dieser Entdeckung gelangt war: so ließ sich mit Recht erwarten, daß die schon erlangte Vollkommenheit durch eine gute Theorie noch höher zu bringen sey. Diese bearbeitete Herr Euler in seinem neuen System der Dioptrik, wovon des Herrn Professor Klügel analytische Dioptrik ein vortreflicher Auszug ist, in deren Vorrede noch mehrere hieher gehörige Nachrichten zu finden sind.

VII. Mikroskope.

§. 51.

Ein Mikroskop, wodurch man sehr kleine und nahe Gegenstände deutlich und ungemein vergrössert erblickt, besteht aus einer Linse oder Kugel, die als Objectiv dient. Sind damit Oculare verbunden, so heißt

heißt das Mikroskop zusammengesetzt; ohne dieselben aber ist es einfach. Jenes kann unter zwey Klassen gebracht werden, je nach dem gar kein, oder nur ein wirkliches Bild gemacht wird, indem zu jener, wie bey dem galiläischen Fernrohre ein hohles Ocular; zu dieser aber, wie zu dem Keplerischen Sternrohre, ein erhobenes Ocular genommen wird.

Zusatz. 1. Die Vergrösserung durch Mikroskope hängt nicht allein von der Vergrösserung des Gesichtswinkels ab, sondern auch von der Verhältniß a : h, wo h für die meisten Augen etwa 8 Zoll beträgt. Denn je näher man das Object dem Mikroskope bringt, das ist, je kleiner a wird, desto größer wird der Sehewinkel, wenn das Auge an der Stelle des Objectivs stünde, und das Object vorher in h und nun in a betrachte, so daß solcher Winkel in der Verhältniß a zu h, oder 1 zu $\frac{h}{a}$, zunimmt. Diese Vergrösserung muß nun noch mit der Vergrösserung durch das Mikroskop multiplicirt werden, um die Vergrösserung in Beziehung auf die gewöhnliche Entfernung h zu erhalten.

2. Die Größe des Gesichtsfeldes kommt hier nicht bloß auf dem Sehewinkel φ an, sondern auch auf dem Halbmesser des Objects z, welchen das Mikroskop fassen kann, und der zugleich mit der Entfernung a abnimmt; daher $1 : \tang \varphi = a : z$, folglich, wenn man den Winkel selbst setzt, $z = a\varphi$, welches so groß als möglich zu machen ist.

3. Da das Mikroskop ein kleines a erfodert: so kann die Oefnung des Objectivs nur klein, folglich die Helligkeit nur gering seyn. Dafür aber kann man das Object stark erleuchten.

4. Die

4. Die Undeutlichkeit, welche von der Farbenzerstreuung, und von der Abweichung wegen der Kugelgestalt, die hier weit größer als bey Teleskopen ist, entstehet, läßt sich auf eben die Art, ob gleich mit mehrern Schwierigkeiten, wie bey Teleskopen §. 50, heben. Doch dies ist nicht für die Elemente, in denen wir auch die Untersuchung der Mikroskope, auf die ersten Begriffe einschränken müssen.

§. 52.

Aufgabe. Das einfache Mikroskop anzugeben. Fig. 147.

Das Mikroskop bestehe aus einer Linse PP, deren Brennweite $p = AE$, und das kleine Object $E\varepsilon$, stehe in der Entfernung $a = AE = p$: so werden die von E auffallenden Strahlen der Axe, und die von ε, dem Hauptstrahl εA parallel gemacht. Das Auge hinter dem Glase sieht das Object unter einem Winkel, der dem $EA\varepsilon$ gleich ist, folglich so vielmahl vergrössert, als a in h enthalten ist. Demnach ist hier die Vergrösserung $m = \frac{h}{a} = \frac{h}{a}$, (weil $a = p$).

§. 53.

Aufgabe. Das zusammengesetzte Mikroskop der ersten Klasse anzugeben. Fig. 144.

Hier ist PP convex, QQ, concav. Durch ersteres würde vom Objecte $E\varepsilon$ ein Bild in $F\zeta$ entstehen hinter QQ in der Brennweite $q = BF$, so daß das Auge hart am Ocular den Gegenstand aufrecht und vergrössert siehet. §. 46. Für die Vergrösserung ist §. 38. $m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q}$.

§. 54.

Aufgabe. Das zusammengesetzte Mikroskop der zweyten Klasse anzugeben. Fig. 145.

Hier sind beyde Gläser convex, das einzige wirkliche Bild in F, im Brennpunkte des Oculars QQ. Das Auge in O sieht den Gegenstand verkehrt und vergrössert, §. 47. Für die Vergrösserung ist gleichfalls §. 38.

$m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q}$.

Dritter Abschnitt.

Die Katoptrik.

1. Vom Reflectiren des Lichts.

2. Von Brechung des reflectirten Lichts.

Erstes Kapitel.

Vom Reflectiren des Lichts.

I. Grundbegriffe.

§. 1.

Die glatte, und polirte Oberfläche eines undurchsichtigen Körpers heißt eine Spiegelfläche, und der Körper ein Spiegel. Ein ebener oder Plan-Spiegel heißt der, dessen Spiegelfläche eben ist; ein sphärischer Spiegel aber, dessen Spiegelfläche die Fläche eines Kugelabschnitts ist, dessen Axe die Axe des Spiegels genannt wird. Je nach dem nun die innere hohle, oder die äußere erhobene Seite solcher Fläche des Kugelabschnitts die Spiegelfläche giebt, ist der sphärische Spiegel ein Hohlspiegel, oder ein erhobener Spiegel, Fällt auf eine Spiegelfläche ein Lichtstrahl: so wird er von derselben nach einem bestimmten Gesetze zurückgeschickt, welches man das Zurückwerfen, oder die Reflection, so wie den zurückgeschickten Strahl den reflectirten Strahl nennt.

Zusatz. 1. Jeder undurchsichtige Körper schickt zwar das auf ihn fallende Licht zum Theil zurück, aber unre-

gelmäßig

Dritter Abschnitt.

Die Katoptrik.

Erstes Kapitel.

Vom Abspiegeln des Lichts.

I. Grundbegriffe.

§. 1.

[illegible]

gelmäßig unter verschiednen Richtungen; eine Spiegelfläche hingegen sendet es regelmäßig nach bestimmten Richtungen zurück. Jener wird durch das auffallende eigene Licht selbstleuchtender Körper sichtbar gemacht; diese macht alle Gegenstände, welche ihr Licht auf dieselbe werfen, sichtbar, so daß sie in einer andern Richtung, als mit bloßen Augen gesehen werden; das heißt, sie macht Bilder der Gegenstände.

2. Die Materie der Spiegel kann Glas, Metall, Stein, Holz u. s. w. seyn. Klares stillstehendes Wasser ist ein natürlicher Spiegel. Das Glas wird auf der hintern Seite mit Folie belegt, und dadurch undurchsichtig gemacht; da denn ein Theil des auffallenden Lichts von der Vorderfläche zurückstrahlt, der übrige aber ins Glas eindringende gebrochen wird, hierauf von der hintern belegten Fläche zurückstrahlt, und in der Vorderfläche, da er in die Luft zurückgehet, eine neue Brechung leidet. Daher sind die gläsernen Spiegel nicht so wie die metallnen, bey denen keine Brechung des Lichts vorgehet, von der Farbenzerstreuung frey.

3. Das Bild, welches durch das vom sphärischen Spiegel zurückstrahlende Licht gemacht wird, besteht, wie bey geschliffenen Gläsern, aus lauter genauen Vereinigungspunkten, wenn die Strahlen unweit der Axe des Spiegels einfallen, sonst aber nicht; daher bey Spiegeln, so wie bey Gläsern, eine **Abweichung der Strahlen wegen der Kugelgestalt** der Spiegel statt findet.

Anmerkung. Die Abweichung wegen der Kugelgestalt, welche wir so wie auch alle andre Spiegel, die nicht eben oder sphärisch sind, in der Elementarkatoptrik beyseit setzen, ist, wie die Rechnungen geben, bey Spiegeln lange nicht so groß als bey Gläsern. Da nun auch bey metallnen Spiegeln die Farbenzerstreuung wegfällt:

 so

so siehet man, daß die Spiegel viel deutlichere Bilder als die gemeinen Gläser machen müssen.

§. 2.

Das Einfallsloth ist eine gerade Linie CD, die auf der Spiegelfläche AB in dem Punkte D, worinn der Strahl ED auffällt, senkrecht ist. Der Neigungswinkel ist der Winkel EDC, den der einfallende Strahl ED mit dem Einfallslothe CD macht. Der Reflexionswinkel ist der Winkel FDC, den der reflectirte Strahl DF mit dem Einfallslothe CD macht. Das Neigungsloth ist der senkrecht einfallende Strahl, oder der vom leuchtenden Punkte E auf die Spiegelfläche AB gefällte Perpendikel EG. Fig. 148.

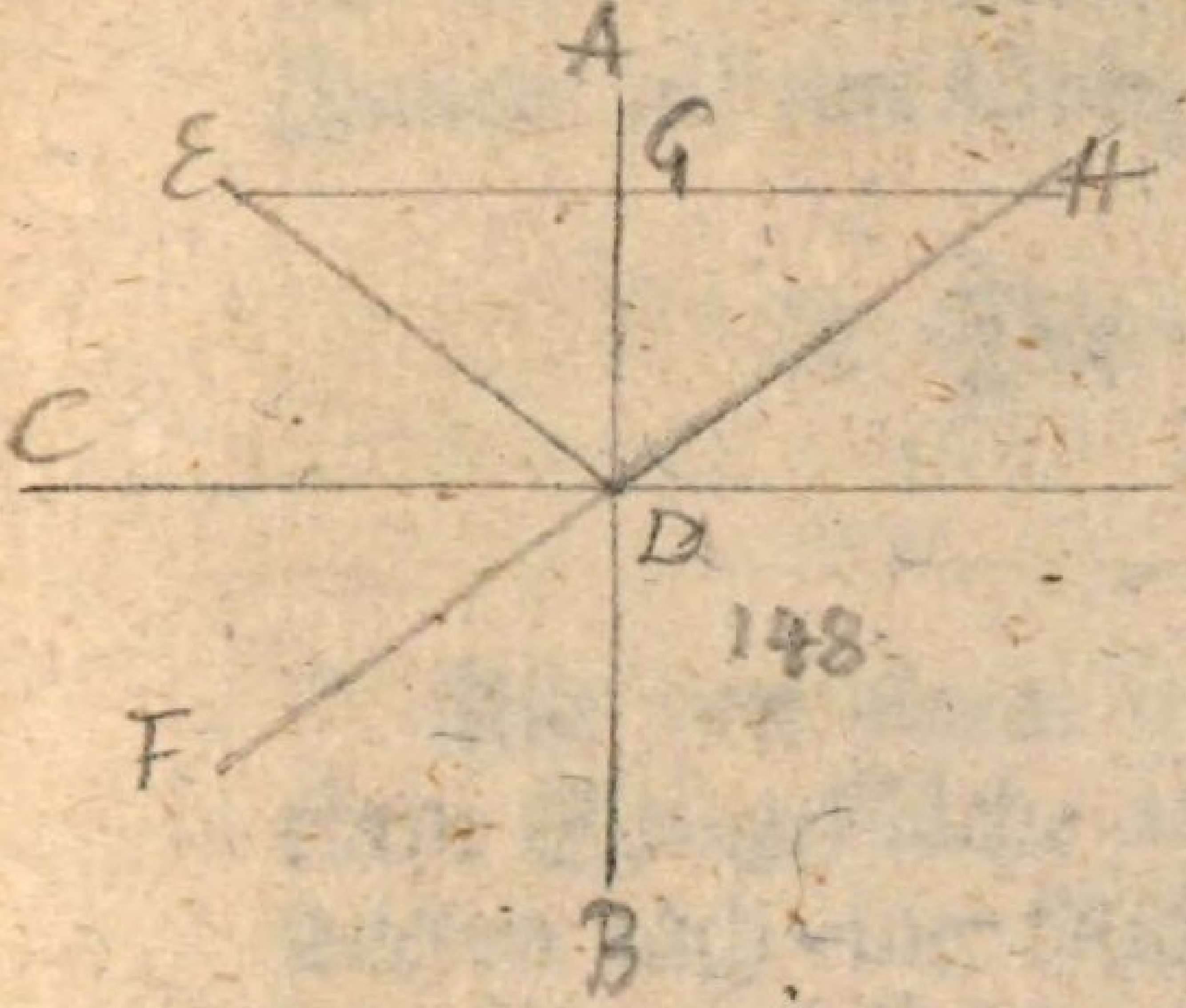
Zusatz. 1. Ist die Spiegelfläche AB sphärisch Fig. 149. auf welche der Strahl ED fällt; so gehet daß Einfallsloth HD nach dem Mittelpunkte der Kugel C, weil solches auf der Berührungsebene ab senkrecht ist, vergliche XII. §. 2. Zus. 1. Aus eben dem Grunde ist EC das Neigungsloth.

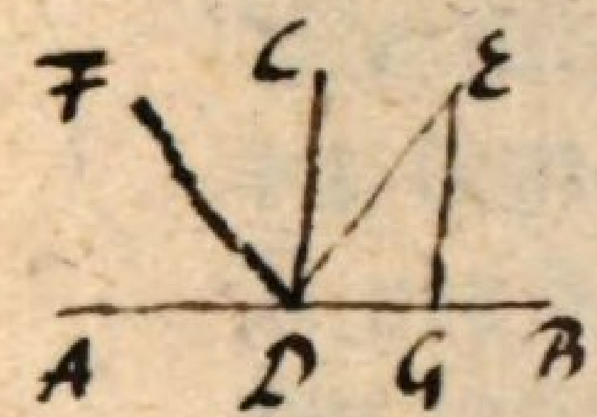
2. Bey einer sphärischen Spiegelfläche ist daher das Einfallsloth jedesmal die gerade Linie CDH, welche man vom Mittelpunkte des Kugelabschnitts C nach dem Einfallspunkte D ziehet.

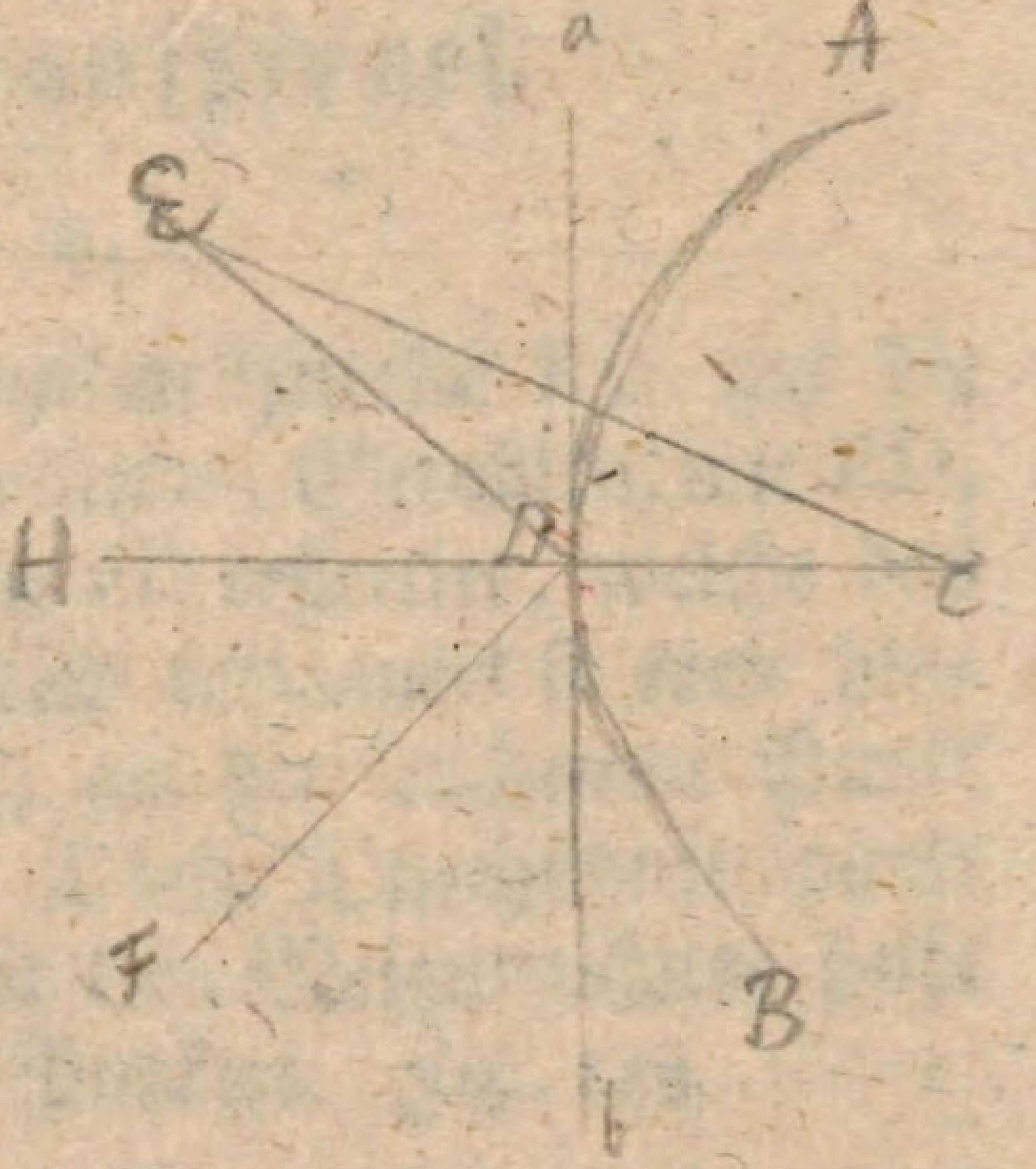
§. 3.

Die Erfahrung lehret, daß der reflectirte Strahl DF mit dem einfallenden Strahle ED, und dem Einfallslothe CD jederzeit in Einer Ebene liegt, welche daher auf der Spiegelfläche AB senkrecht ist, und die Reflexionsebene heißt; auch daß jederzeit der Reflexionswinkel dem Neigungswinkel gleich sey, folglich der senkrecht auffallende Strahl EG, in sich selbst zurückgehe. Fig. 148. 149.

Anmer-







149.

Anmerkung. Man kann den Versuch sehr leicht mit einem Sonnenstrahle machen, den man im finstern Zimmer auf eine Spiegelfläche fallen läßt.

II. Die Planspiegel.

§. 4.

Alle von einem leuchtenden Punkte E, auf die ebene Spiegelfläche AB, fallenden Strahlen, wie ED, werden nach einer Richtung FD reflectirt, welche das Neigungsloth EG hinlänglich verlängert so weit hinter dem Spiegel schneiden, als der leuchtende Punkt E vor dem Spiegel liegt. Dieser Durchschnittspunkt des reflectirten Strahls mit dem Neigungslothe heißt das Bild des leuchtenden Punktes. Fig. 148.

Da §. 3. EDC = CDF, und CD senkrecht: so ist auch EDG = FDB = GDH. Demnach halbirt GD den Winkel EDH, daher GDH < R. Nun ist G = R. Folglich müssen III. §. 43. DH, GH, zusammenlaufen, und es ist, weil bey D gleiche, und bey G rechte Winkel sind, auch DG beyden Triangeln gemein ist, III. §. 38. EG = GH.

Auf eben die Art beweißt man dies von allen Strahlen, die wie ED von E auf den Spiegel fallen, und von demselben so zurückgeworfen werden, als giengen sie von dem Punkte H aus, welcher daher das geometrische Bild des leuchtenden Punktes E ist, verglichen XII. §. 14.

Zusatz. 1. Da diese Schlüsse von jedem Punkte eines leuchtenden Objects gelten: so liegen alle Bilder dieser Punkte hinter dem Spiegel in eben der Ordnung wie die abgebildeten Punkte in dem Objecte selbst vor dem Spiegel liegen, und machen daher zusammen ein Bild des ganzen Objects aus, das demselben gleich und ähnlich

ist, und gegen die hintere Fläche des Spiegels eben die Lage hat, wie das Object gegen die vordere Fläche, nur daß sich die rechte und linke Seite mit einander verwechseln.

2. Ist die Lage das leuchtenden Punktes E und des einfallenden Strahls ED gegeben: so findet man die Lage des reflectirten Strahls, durch Zeichnung, wenn man das Neigungsloth verlängert bis GH = EG, und hierauf HDF ziehet.

§. 5.

Aufgabe. Die Lage des Auges O gegen den ebenen Spiegel AB ist nebst der Lage und Größe des Gegenstandes CD gegeben; man soll die Größe des Spiegels durch Zeichnung finden, welche nöthig ist, daß das ganze Bild EF vom Auge O in dieser Lage gesehen werde. Fig. 150.

Man ziehe die Neigungslothe der äußersten Punkte CE, DF, von gehöriger Länge §. 4. Zus. 2: so ist EF das Bild des Gegenstandes CD, wovon man die Linien EO, FO, nach dem Mittelpunkte des Augensterns ziehet, welche die Hauptstrahlen der von E und F in den Augenstern fallenden Strahlenkegel sind, und vom Spiegel das verlangte Stück GH abschneiden.

Denn nach §. 4. wird CG nach GO, und DH nach HO reflectirt, daher das Auge das ganze Bild EF durch das Stück des Spiegels GH übersiehet.

Zusatz. 1. Ist CD dem Spiegel AB parallel: so ist es auch das Bild EF, folglich OE : OG = EF : GH.

2. Eine Person übersieht sich in einem verticalstehenden Spiegel ganz, wenn solcher nur halb so hoch und halb so breit ist.

§. 6.

§. 6.

In einem Planspiegel AB, der gegen den Horizont unter einem Winkel von 45 Grad geneigt ist, erscheinen horizontale Objecte vertical, und verticale horizontal. Fig. 151.

Das Bild hat §. 4. mit dem Objecte einerley Lage gegen den Spiegel. Ist daher das Object CB horizontal, so macht es mit dem geneigten Spiegel AB einen Winkel von 45 Grad, folglich auch sein Bild BD, daher ist CBD ein rechter Winkel, und BD vertical. Auf eben die Art beweißt man, daß das verticale Object CA mit seinem Bilde AD einen rechten Winkel mache, und daher AD horizontal sey.

Zusatz. Da F das Bild von E: so erblickt das Auge in O, den Gegenstand E, von dem wegen eines Hindernisses keine Strahlen ins Auge gelangen können, in F, folglich in der Richtung OF. Hierauf gründet sich die Einrichtung des so genannten Polemoskops Fig. 152. worinn zwey Planspiegel A, B, unter einem Winkel von 45 Grad geneigt sind, so daß die Strahlen, die in der Richtung CA in den ersten Spiegel fallen, vom zweyten Spiegel nach der Richtung BO ins Auge kommen.

Anmerkung. Durch mancherley Zusammenstellungen der Planspiegel lassen sich sehr angenehme Erscheinungen zu Wege bringen. Sind z. E. zwey Planspiegel unter einen beliebigen Winkel gegen einander geneigt: so erblickt man ein zwischen ihnen liegendes Object so vielmal, als solcher Neigungswinkel in 4 rechten Winkeln enthalten ist; folglich in zwey parallelen Spiegeln unzählige mahl. Die Theorie dieser Erscheinung hat Herr Hofrath Kästner zuerst allgemein aus einander gesetzt, in dissertation. mathem. et physic. secunda.

§. 7.

Alle Strahlen MF, NF, welche dergestalt auf einen Planspiegel AB fallen, daß sie hinter ihm in einem Punkte F zusammenlaufen würden, werden so reflectirt, daß sie einen Vereinigungspunkt G vor dem Spiegel haben, in einer von dem hintern Vereinigungspunkte F senkrecht auf die Spiegelfläche fallenden geraden Linie FG, und in einer Entfernung GH, welche der Entfernung des hintern Vereinigungspunktes FH gleich ist. Fig. 153.

Da GH = HF, bey H rechte Winkel, und Hm gemeinschaftlich: so ist III. §. 14. GmH = HmF = MmB, folglich §. 3. Gm der reflectirte Strahl des einfallenden Mm. Auf eben die Art beweißt man dies auch von Gn und Nn, u. s. w.

Zusatz. Es sey E ein leuchtender Punkt, und EMN ein Lichtkegel aus einander fahrender Strahlen. Wird derselbe, mittelst einer convexen Glaslinse PP, in einen Lichtkegel zusammen laufender Strahlen MNF verwandelt, welchen man mittelst des Planspiegels AB auffängt: so entsteht ein Lichtkegel zusammenlaufender Strahlen mnG, dessen Spitze G ein wirkliches oder physisches Bild des leuchtenden Punktes E ist.

III. Die sphärischen Spiegel.

§. 8.

Aufgabe. Auf einen hohlen Kugelspiegel PP, dessen Mittelpunkt C, falle von einem Punkte E der Axe ECA, unweit derselben ein Strahl EM, und werde nach MF reflectirt, daß er die Axe in F schneidet; man soll die Lage des reflectirten Strahls MF finden. Fig. 154.

Erster Theil.

Es sey der Halbmesser CA = CM = f; der Abstand des leuchtenden Punktes EA = a; der Abstand des Durchschnittspunktes AF = α: so ist $\alpha = \frac{af}{2a - f}$.

Setzt man, wie in der Dioptrik, die Winkel anstatt ihrer Sinus: so ist IV. §. 48. im $\triangle$CME, CM : EC = E : EMC, und im $\triangle$CFM, CF : CM = CMF : F. Nun ist §. 3. EMC = CMF. Folglich ist II. §. 81. CF : EC = E : F, folglich II. §. 79. EC − CF : EC = F − E : F. Nun war nach obiger zweyten Proportion 2CF : CM = 2CMF : F, wo 2CMF = EMF = F − E. Folglich ist II. §. 73. EC − CF : EC = 2CF : CM, das ist, $(a - f) - (f - \alpha) : a - f = 2(f - \alpha) : f$, oder $a - 2f + \alpha : a - f = 2f - 2\alpha : f$, folglich $(a - 2f + \alpha) f = (a - f)(2f - 2\alpha)$, das ist, $af - 2ff + \alpha f = 2af - 2a\alpha - 2ff + 2\alpha f$, folglich $2a\alpha - \alpha f = af$, oder $(2a - f)\alpha = af$, folglich $\alpha = \frac{af}{2a - f} = \frac{a.\frac{1}{2}f}{a - \frac{1}{2}f}$.

Ein anderer Beweis. Da CF : FM = sin CMF : sin MCF, und EC : EM = sin CME : sin ECM, aber §. 3. CMF = CME, und IV. §. 42. sin MCF = sin ECM: so ist CF : EC = FM : EM. Nun ist, weil M sehr nahe bey A, FM von FA, und EM von EA fast um nichts unterschieden. Folglich ist CF : EC = FA : EA, das ist, $f - \alpha : a - f = \alpha : a$, folglich $af - a\alpha = a\alpha - \alpha f$, folglich $af = (2a - f)\alpha$, folglich $\frac{af}{2a - f} = \alpha$.

Zweyter Theil.

Vom Einfallspunkte M ziehe man MX senkrecht auf die Axe, und setze MX = x: so ist $F = \frac{a}{\alpha}$ $E = \frac{x}{\alpha}$.

Im ΔEFM, ist $F : E = EM : FM$. Nun war im vorigen zweyten Beweise $EM : FM = EC : CF = EA : AF$. Folglich ist $F : E = EA : AF = a : \alpha$, folglich $F = \frac{a}{\alpha} E$.

Im ΔEMX, ist $EX : MX = 1 : \text{tang. } E$, oder $a : x = 1 : E$, folglich $E = \frac{x}{a}$. Demnach ist

$$F = \frac{a}{\alpha} E = \frac{a}{\alpha} \cdot \frac{x}{a} = \frac{x}{a}.$$

Zusatz. 1. Man kann die Zurückwerfung als eine Brechung ansehen, wobey der Brechungswinkel dem Einfallswinkel gleich und entgegengesetzt ist. Daher erhält man die Formel für α aus der für AO XII. §. 11. wenn man darinn $n = -1$, und f nebst AO negativ setzt.

2. Ist der einfallende Strahl EM der Axe EA parallel, welches geschiehet, wenn E unendlich weit entfernt, das ist $a = \infty$ ist: so ist im Nenner der Formel für α, f gegen $2a$ nicht zu rechnen, daher $\alpha = \frac{af}{2a} = \frac{f}{2}$. Alsdenn heißt wie XII. §. 14. F der Brennpunkt des Spiegels und $AF = p$ seine Brennweite, so daß $p = \frac{1}{2} f$.

3. Aus $\frac{\alpha}{1} = \frac{af}{2a-f}$ folgt $\frac{1}{\alpha} = \frac{2a-f}{af} = \frac{2}{f} - \frac{1}{a}$, folglich $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{2}{f} = \frac{1}{p}$, folglich $\frac{a+\alpha}{a\alpha} \quad \frac{1}{p}$. Daher gelten die Formeln XII. §. 15. auch von Spiegeln, so daß $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$; $\alpha = \frac{ap}{a-p}$; $a + \alpha = \frac{a^2}{a-p}$; $\alpha - p = \frac{p^2}{a-p}$; $a = \frac{\alpha p}{\alpha - p}$.

4. Schnei-

[illegible]

[illegible]

5. [illegible] daß [illegible] gesetzt, folglich f negativ [illegible] so ist, wenn a positiv, $\alpha = \frac{af}{2a+f}$, wenn aber auch a negativ, $\alpha = \frac{af}{f-2a}$. [illegible] $p = \frac{f}{2}$.

6. Ist die Spiegelfläche eben: so kann man sie als eine sphärische Fläche von unendlich großem Halbmesser ansehen, oder es ist $r = f = \infty$; daher der Nenner 2a gegen f verschwindet, folglich $\alpha = -\frac{af}{f} = -a$, wie vom Planspiegel bereits bewiesen worden ist.

7. Da die Formel für α von allen Strahlen gilt, die [illegible] von dem strahlenden Punkte A auf die Spiegelfläche fallen: so werden solche Strahlen so reflectirt, daß sie sich in F vereinigen, und dadurch ein Bild des leuchtenden Punktes geben, welches, so wie der Brennpunkt, oder das Bild eines unendlich entfernten Punktes, entweder wirklich oder geometrisch ist, vergleichen XII, [illegible] Die Concavspiegel haben p durchgängig, und α so lange positiv, als $2a > f$ oder $a > p$ ist; die convexen Spiegel haben stets p und α negativ. Jene sind mit Sammlungsgläsern, diese mit Zerstreuungsgläsern zu vergleichen, nur daß bey Spiegeln das positive, oder wirkliche Bild, vor dem Spiegel liegt, wie bey Gläsern hinter

ter

[illegible]

folglich $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{2}{p}$ [illegible] folglich $\frac{a+\alpha}{a\alpha} = \frac{2}{p}$. Daher gelten die Formeln XII. §. 14. auch von Hyperbeln

so daß $p = \frac{2a\alpha}{a+\alpha}$; [illegible]

[illegible]

Sch[illegible]

4. Schneidet der auffallende Strahl die Axe hinter dem Spiegel, daß AE eine entgegengesetzte Lage bekömmt, folglich a negativ wird: so ist $AF = \frac{-af}{-2a-f} = \frac{-af}{-(2a+f)}$, das ist, $\alpha = \frac{af}{2a+f}$.

5. Ist die Spiegelfläche convex, daß AC eine entgegengesetzte Lage bekömmt, folglich f negativ wird: so ist, wenn a positiv, $\alpha = \frac{-af}{2a+f}$, wenn aber auch a negativ, $\alpha = \frac{af}{f-2a}$. Für die Brennweite ist $p = \frac{-f}{2}$.

6. Ist die Spiegelfläche eben: so kann man sie als eine sphärische Fläche von unendlich großem Halbmesser ansehen, oder so ist $-f = \infty$, daher im Nenner 2a gegen f nicht zu achten, folglich $\alpha = \frac{af}{-f} = -a$, wie von Planspiegeln bereits bewiesen worden ist.

7. Da die Formel für α von allen Strahlen gilt, die wie EM von dem leuchtenden Punkte E auf die Spiegelfläche fallen: so werden solche Strahlen so reflectirt, daß sie sich in F vereinigen, und daselbst ein Bild des leuchtenden Punktes machen, welches, so wie der Brennpunkt, oder das Bild eines unendlich entfernten Punktes, entweder **wirklich** oder **geometrisch** ist, verglichen XII, §. 14. Die Concavspiegel haben p durchgängig, und α so lange positiv, als $2a > f$ oder $a > p$ ist; die convexen Spiegel haben stets p und α negativ. Jene sind mit Sammlungsgläsern, diese mit Zerstreuungsgläsern zu vergleichen, nur daß bey Spiegeln das positive, oder wirkliche Bild, vor dem Spiegel liegt, was bey Gläsern hinter

ter denselben liegt; das negative oder geometrische Bild hingegen, welches vor dem Glase befindlich, bey Spiegeln hinter denselben ist.

§. 9.

Aufgabe. Es sey aus dem Mittelpunkte des Spiegels C ein Kreisbogen Eε beschrieben, von dessen Endpunkte ε Strahlen auf den Spiegel fallen; man soll ihren Vereinigungspunkt finden. Fig. 154.

Von ε ziehe man durch C die Linie εCm, mache Cζ = CF: so ist ζ der gesuchte Vereinigungspunkt.

Denn hier ist εCm als die Axe anzusehen, weil sie, und auf derselben der Punkt ε, gegen den Spiegel eben die Lage hat, als EA und der Punkt E. Demnach ist die Vereinigungsweite mζ = AI, folglich Cζ = CF, und ζ das Bild von ε.

Zusatz. 1. Unter allen Strahlen, welche ein seitwärts der Axe liegender Punkt ε auf den Spiegel wirft, heiße derjenige, der auf die Mitte des Spiegels fällt εA der Hauptstrahl, welcher, so wie die übrigen, nach ζ reflectirt wird.

2. Da ähnliche Schlüsse von allen Punkten des Kreisbogens, zwischen E und ε gelten: so sind die Bilder aller dieser Punkte in dem Kreisbogen Fζ, folglich dieser das Bild von Eε.

3. Ist Eε eine gerade auf EC senkrechte Linie, die von dem Kreisbogen Eε nicht merklich unterschieden ist: so ist ihr Bild die auf CA senkrechte Linie Fζ, welche gleichfalls von dem Kreisbogen Fζ nicht merklich unterschieden seyn wird. Daher ist auch die Fläche, welche Fζ beym Umdrehen um die Axe beschreibt, das Bild der von Eε beschriebenen Fläche, und es wird auf Spiegel das angewendet, was XII. §. 17. Zus. 7. von Linsen gesagt ist.

Setzt

4. Setzt man $E\varepsilon = z$: so ist $F\zeta = \frac{\alpha}{a} z$. Denn da bey C Verticalwinkel: so ist $EC : CF = E\varepsilon : F\zeta$. Nun war §. 8. $EC : CF = EA : AF$. Folglich ist $EA : AF = E\varepsilon : F\zeta$, das ist, $a : \alpha = z : F\zeta$, folglich $F\zeta = \frac{\alpha}{a} z$.

5. Ist das Bild vor dem Spiegel: so hat es eine dem Objecte entgegengesetzte Lage, und ist verkehrt; ist solches aber hinter dem Spiegel; so hat es mit dem Objecte einerley Lage gegen die Axe und erscheint aufrecht. Vor dem Spiegel ist das Bild physisch; hinter demselben aber geometrisch.

§. 10.

Aufgabe. Die Bilder, welche von erhobnen und hohlen Kugelspiegeln gemacht werden, mit einander zu vergleichen.

Erstlich. Für den convexen Kugelspiegel ist die Brennweite p negativ, daher §. 8. Zus. 3. $\alpha = \frac{-ap}{a+p} = -\frac{a}{a+p} \cdot p$, wo $\frac{a}{a+p}$ ein ächter Bruch ist. Demnach ist stets das Bild hinter dem Spiegel, oder geometrisch, in einer Weite, die kleiner als p oder $\frac{1}{2} f$ ist, und die desto kleiner wird, je mehr a abnimmt.

Zweytens. Für den concaven Kugelspiegel ist die Brennweite p positiv, daher auch §. 8. Zus. 3. $\alpha = \frac{ap}{a-p} = \frac{a}{a-p} \cdot p$ positiv seyn kann. Es ist aber $\frac{a}{a-p} =$

(1 +

$\left(1 + \frac{p}{a-p}\right)$. Folglich ist $\alpha' = \left(1 + \frac{p}{a-p}\right) p =$

$p + \frac{p}{a-p} \cdot p$. Man hat daher folgende Fälle zu unterscheiden:

I. so lange $a > p$, zeigt sich ein physisches Bild vor dem Spiegel, welches

1. dem Spiegel näher als das Object, folglich auch kleiner ist, so lange $a > 2p$.

2. mit dem Object zusammenfällt, wenn $a = 2p$ ist.

3. vom Spiegel weiter, als das Object, folglich auch größer ist, wenn $a < 2p$.

II. Ist $a = p$, so ist $\alpha = \frac{pp}{0} = \infty$, das ist, das Bild ist unendlich entfernt, und alle aus einem Punkte auffallende Strahlen kommen durch die Zurückwerfung in die parallele Lage.

III. ist $a < p$, so ist $\alpha = \frac{ap}{-(p-a)}$ negativ und $> p$, das ist, das Bild kommt hinter dem Spiegel wie beym convexen, ist aber §. 9. Zus. 4. größer als das Object, da es beym convexen Spiegel kleiner war.

Zweytes

$(1 + \frac{a}{2 \pi p})$. [illegible] $a = (a + \frac{p}{2 \pi})$ [illegible]

[illegible] p [illegible] [illegible] Bild [illegible] vorstellen.

1. [illegible] $a = p$ [illegible] sich [illegible] Bild [illegible] entfernt [illegible]

2. [illegible] näher als das Object, folglich auch kleiner ist, so [illegible] $> 2p$.

3. [illegible] das Bild [illegible] zusammenfällt, [illegible] $= 2p$ [illegible]

4. [illegible] weiter, als das Object, folglich auch größer ist, [illegible] $< 2p$.

II. Ist $a = p$, so ist $\alpha = \frac{pp}{0} = \infty$, das ist das Bild ist unendlich entfernt, [illegible] alle [illegible] Strahlen [illegible] parallel [illegible]

III. Ist $a < p$, so ist $\alpha = \frac{ap}{-(p-a)}$, negativ und [illegible] größer [illegible] Spiegel [illegible], ist aber [illegible] größer als das Object, [illegible] Bild [illegible]

Zweytes Kapitel.

Von Brechung des reflectirten Lichts.

I. Zauberlaterne und Sonnenmikroskop.

§. II.

Die Zauberlaterne, laterna magica, bringt von Gemählden, die mit Wasserfarben auf Glas aufgetragen sind, wenn solche durch die Flamme einer Lampe möglichst erleuchtet werden, im finstern Zimmer auf einer weißen Wand ein helles und vergrössertes Bild zu Wege. Das Sonnenmikroskop stellet von ganz kleinen, durchsichtigen, und von der Sonne hinlanglich erleuchteten Objecten, ein helles und stark vergrösseres Bild im finstern Zimmer dar.

1. Die Zauberlaterne besteht aus einem verschlossenen Kasten, worinn an der hintern Seite ein metallner Hohlspiegel, und an der vordern eine Oeffnung, vor welcher sich die mit Wasserfarben aufgetragenen durchsichtigen Gemählde befinden, und durch die zwischen ihnen und dem Spiegel stehende Lampe erleuchtet werden. Mit der Oefnung des Kastens ist noch eine Röhre verbunden, worinn ein oder zwey Sammlungsgläser die Lichtstrahlen, die von dem Gemählde darauf fallen, so brechen, daß sie in einiger Entfernung auf die weiße Wand ein helles und vergrösseres Bild davon werfen.

2. Das Sonnenmikroskop besteht aus einer Röhre, die durch eine Oefnung im Fensterladen des finstern Zimmers gehet, und am innern Ende eine mikroskopische Linse, am äußern ein Sammlungsglas und einen gehörig

rig beweglichen Planspiegel hat, mittelst dessen man das Sonnenlicht auf das Sammlungsglas bringt, und dadurch das kleine durchsichtige Object, welches in obgedachter Röhre vor der mikroskopischen Linse angebracht ist, erleuchtet. Wirft nun das Object seine Strahlen auf die Linse: so werden solche von ihr so gebrochen, daß davon ein helles und stark vergrössertes Bild auf der weißen Wand entsteht.

§. 12.

Aufgabe. Die Einrichtung der Zauberlaterne und des Sonnenmikroskops anzugeben.

Erstlich. Die Erleuchtung des Gegenstandes kommt bey der Zauberlaterne von dem Hohlspiegel. Denn ist die Flamme der Lampe im Brennpunkte des Spiegels: so werden §. 10. alle Strahlen parallel zurückgeworfen, und auf die durchsichtigen Gemählde gebracht. Beym Sonnenmikroskop giebt man dem Planspiegel eine solche Neigung, daß das zurückgeworfene Sonnenbild das Sammlungsglas in einer senkrechten Richtung trift. Dieses schickt dann solches Bild concentrirt auf das kleine durchsichtige Object, welches dem Glase etwas näher als dessen Brennweite seyn muß, damit es stark erleuchtet, aber nicht zu sehr erhitzt werde.

Zweytens. Die Vergrösserung bey beyden Instrumenten beruhet auf XII. §. 31, wo $\frac{F\zeta}{z} = \frac{\alpha}{a}$; $\frac{Gn}{z} = \frac{\alpha\beta}{ab}$ u. s. w. und auf XII. §. 24, wornach $\frac{\alpha}{a} = \frac{p}{a-p}$; $\frac{\beta}{b} = \frac{q}{b-q}$ u. s. w. Daher der Halbmesser des Bildes gegen den Halbmesser des Objects desto größer ist, je weniger

niger die vordern Vereinigungsweiten a, b ꝛc. von den Brennweiten der zugehörigen Gläser p, q ꝛc. verschieden sind. Demnach setze man im Sonnenmikroskrop das durchsichtige Object, und in der Zauberlaterne die durchsichtigen Gemählde so, daß sie von der Linse um etwas weiter als die Brennweite der Linse beträgt, abstehen.

Zusatz. 1. Nimmt man zur Zauberlaterne zwey Glaslinsen: so stehet die eine näher beym Objecte, als ihre Brennweite beträgt, damit das Licht dadurch zerstreuet werde, und ein geometrisches Bild mache; die andre etwas weiter als um ihre Brennweite, damit sie ein physisches Bild in großer Weite, folglich vergrößert hervorbringe.

2. Man bedient sich der Sammlungsgläser, besser aber der Hohlspiegel, auch überhaupt zur Erleuchtung der Gegenstände bey allen einfachen und zusammengesetzten Mikroskopen.

II. Die Spiegelteleskope.

§. 13.

Ein Spiegelteleskop ist ein Fernrohr, welches anstatt des Objectivglases mit einem Hohlspiegel, am Boden der Röhre dem Objecte zugekehrt, und mit einem kleinern Spiegel, dem ersten gegenüber, versehen ist, der das vom ersten zurückstrahlende Licht von neuem zurückwirft, und solches nach dem Augenglase sendet. Der kleinere Spiegel ist nach Newton ein Planspiegel, nach Gregory ein concaver, und nach Cassegrain ein convexer Kugelspiegel.

1. Bey Newtons Teleskop Fig. 155. werden die vom Hohlspiegel PP zurückgeworfnen Strahlen MF durch

einen Planspiegel mn, der unter einem Winkel von 45 Grad gegen die Axe AF geneigt ist, noch vor ihrer Vereinigung im Brennpunkte F aufgefangen, und von demselben in einer auf ihm senkrechten Richtung CO zurückgeworfen, da sie denn, wenn eine Oefnung im Rohre an diesem Orte sie durchläßt, ein physisches Bild des unendlichen entfernten Punktes E, in dem Brennpunkte des Oculars O machen, welches dieselben parallel ins Auge sendet. Hiebey ist die Vergrösserung $\frac{AF}{BO}$, wie beym Sternrohr. Der Planspiegel mn braucht nur so groß zu seyn, daß er das vom Hohlspiegel zurückgeworfne nach F zusammenlaufende Licht auffangen kann; daher er so klein werden kann, daß er dem Hohlspiegel von dem in die Röhre fallenden Lichte nur wenig entziehet.

2. Sind bey Gregory's Teleskop Fig. 156. die beyden Hohlspiegel PP, QQ, um die Summe ihrer Brennweiten AF, BF, von einander entfernt: so werden die auf PP fallenden parallelen Strahlen EM nach dem Brennpunkte F, und die aus dem Brennpunkte F auf QQ auslaufenden Strahlen parallel reflectirt. Ist nun in dem größern Spiegel PP eine hinreichende Oefnung pp, um solche durchzulassen, daß sie durch zwey Oculare, die hinter dem großen Spiegel wie beym Erdfernrohr angebracht sind, gehen: so siehet das Auge das Object aufgerichtet in einer Vergrösserung $\frac{AF}{BF}$, wie beym Erdfernrohr. Der kleinere Spiegel QQ darf nicht kleiner als die Oefnung pp seyn, weil sonst Strahlen unmittelbar von dem Gegenstande durch die Oefnung fallen und Verwirrung anrichten würden.

3. Bey Cassegrain's Teleskop Fig. 157. sendet der Hohlspiegel PP die von einem unendlich entfernten Punkte

E pa-

E parallel auffallenden Strahlen EM nach seinem Brennpunkte F zurück. Werden diese vor ihrer Vereinigung von dem convexen Kugelspiegel QQ so aufgefangen, daß F näher hinter QQ als sein Brennpunkt G, so wirft sie derselbe nach H, dem Brennpunkte des erhobenen Oculars RR, welches hinter der Oeffnung pp befindlich ist, zurück, da sie denn parallel ins Auge kommen. Ist nun $BH = HC$: so ist die Vergrösserung $\frac{AF}{BF}$; ist aber $BH > HC$: so ist solche $\frac{AF}{BF} \cdot \frac{BH}{CH}$.

Anmerkung. 1. Da die Abweichung des Lichts wegen der Kugelgestalt bey Spiegeln um vieles geringer ist, als bey Glaslinsen: so kann bey gleicher Vergrösserung die Brennweite des Hohlspiegels ohne Schaden der Deutlichkeit viel kürzer seyn, als die Brennweite eines gemeinen Objectivglases. Daher kann bey starken Vergrösserungen das Spiegelteleskop viel kürzer, als das gemeine Fernrohr seyn; da z. E. die Länge eines Spiegelteleskops zur Länge eines gemeinen Fernrohrs, in Fußmaase sich verhält: bey einer Vergrösserung von 60 im Durchmesser, wie 1 : 9; bey 100, wie 2 : 25; bey 140, wie 3 : 50; bey 170, wie 4 : 70; bey 200, wie 5 : 100. Indeß giebt nun ein achromatisches Fernrohr das ein dreyfaches Objectivglas hat, mit einem Spiegelteleskope von gleicher Länge auch gleiche Vergrösserung, und ist ihm in Absicht der Deutlichkeit, Helligkeit und Größe des Gesichtsfeldes weit vorzuziehen, besonders wenn, um das Bild völlig farbenlos zu machen, mehrere Oculare damit verbunden sind.

2. Newton brachte das erste Teleskop mit einem Planspiegel 1672 zu stande, statt dessen Cassegrain 1672 einen convexen, und D. Hooke nach Gregory's Angabe

 1674

1674 einen concaven Kugelspiegel nahm. Die Theorie des Gregorischen Teleskops läßt sich leicht auf die beyden andern anwenden. Auch wird es für die Elemente hinreichend seyn, nur den Anfang solcher Theorie zu entwickeln, um zu zeigen, worauf sich dieselbe gründe.

§. 14.

Aufgabe. Von einem unendlich entfernten auf der gemeinschaftlichen Axe zweyer Hohlspiegel senkrechten Gegenstande Eε, fallen Strahlen auf den grössern Spiegel PP, werden von demselben auf den kleinern QQ geschickt, und von da dergestalt zurückgeworfen, daß sie durch eine Oefnung des größern Spiegels pp fallen und durch die dahinter gestellten Linsen RR, SS, TT, gehen; man soll die Lage solcher Strahlen angeben. Fig. 158.

Erstlich. Man denke sich, als wäre in A ein Stückchen des großen Spiegels geblieben, und an dem kleinen Spiegel ein Einschnitt gemacht, um einen Strahl von ε nach A durch zu lassen. Dieser Strahl werde nach AQ geworfen, gehe von da nach QR zurück, treffe die Linsen in R, S, T, und schneide die Axe in den Punkten O, O′, O″, O‴: so wird die Lage dieses Strahls bey allen Zurückwerfungen und Brechungen auf eben die Art, als in der Dioptrik geschehen ist, bestimmt werden können, und weiter kein Unterschied seyn, als daß die Entfernung des zweyten Spiegels nach der linken Hand liegt, anstatt daß bey Gläsern das zweyte rechter Hand lag.

Nun empfängt zwar das Auge hier keinen solchen Hauptstrahl, wie bey Gläsern; indessen dient doch die Bestimmung der Lage eines solchen von einem Punkte wie ε ausgehenden Hauptstrahls, die Lage aller übrigen von diesem unendlich entfernten Punkte parallel mit diesem Hauptstrahle ausgehenden Strahlen, und dadurch den Ort des Auges zu bestimmen; wozu noch kommt, daß

die

die Strahlencylinder, welche das Auge von jedem Punkte des Objects erhält, von einer sehr unbeträchtlichen Dicke sind, daher man in dem Ort des Auges so gut, als gar nicht fehlt, wenn man ihn in den Vereinigungspunkt der nach A zielenden Strahlen setzt. Sollte die Bestimmung des Gesichtsfeldes hiebey etwas fehlerhaft werden; so bringt dieses keinen Schaden, weil es hinreichend ist, die Grenze des Gesichtsfeldes anzugeben, von welcher man nur etwas weniges abzurechnen hat.

Man setze den Halbmesser des Objects $E\varepsilon = z$, $EA = a$, $AF = \alpha$: so ist §. 9. dessen Bild $F\zeta = \frac{\alpha}{a} z = \alpha\varphi$, weil $EA\varepsilon = \varphi = \frac{z}{a}$. Die Strahlen, welche von $F\zeta$ in der Entfernung $BF = b$ auf den zweyten Spiegel fallen, machen, in der Entfernung $BG = \beta$, ein zweytes Bild $G\eta = \frac{\beta}{b} \cdot F\zeta = \frac{\alpha\beta}{ab} z = \frac{\alpha\beta}{b}\varphi$. Dies zweyte Bild als ein Gegenstand in der Entfernung $GC = c$, macht hinter dem Glase RR, in der Entfernung $CH = \gamma$, XII. §. 31. ein drittes Bild $H\vartheta = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}\varphi$. Auf eben die Art ist das vierte Bild $I\iota = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi$ u. s. w. Demnach wird die Lage der Hauptstrahlen hier eben so wie bey dioptrischen Teleskopen bestimmt, und es bleiben dieselben Formeln für die Vergrösserung, und dieselbe Bestimmung der Helligkeit. Denn das Auge erhält zwar hier die Hauptstrahlen nicht selbst, aber doch die dazu gehörigen unter denselben Winkeln, und die zum Mittelpunkte des Objects in der Axe gehörigen Strahlen liegen hier auf dieselbe Art.

Zweytens. Es sey EP, εP, einer der parallelen Strahlen, die von den unendlich entfernten Punkten des

Objects E, ε, auf den großen Spiegel fallen, und von da nach Pq, PQ, geworfen werden, wo sie den kleinen Spiegel treffen, von dem sie nach qr, QR, zurück gehen. Die Brennweite des großen Spiegels sey p, des kleinen q; AF = α, BF = b, BG = β: so ist, weil Eε unendlich entfernt, $\alpha = p$, und §. 8. Zus. 3. $\beta = \frac{bq}{b-q}$. Setzt man die halbe Oefnung des großen Spiegels AP = x, so ist AF : BF = AP : Bq, das ist, p : b = x : Bq, folglich $Bq = \frac{bx}{p}$. Auch ist der Winkel $F = \frac{AP}{AF} = \frac{x}{p}$. Nun ist nach §. 8. der Winkel $G = \frac{b}{\beta} F$. Folglich ist $G = \frac{b}{\beta} \cdot \frac{x}{p}$. (Hierbey muß β positiv und größer als $\frac{1}{2}$ AB seyn, weil sonst die zum zweytenmal zurückgeworfnen Strahlen auf dem großen Spiegel einen größern Raum als auf dem kleinern einnehmen würden, folglich nicht alle durch die Oefnung, die nicht größer als der kleine Spiegel seyn darf, gehen könnten. Ist der kleine Spiegel convex, folglich q negativ: so muß auch b negativ seyn, damit β positiv werde.)

Nun seyen hinter dem großen Spiegel die Gläser RR, SS, TT u. s. w. der Strahl qG treffe sie in r, s, t, und schneide die Axen in H, I, K; auch sey GC = c; CH = γ; Hγ = d; DI = δ u. s. w. so ist klar, da eben so wie bey Gläsern der Winkel $G = \frac{bx}{p\beta} = \frac{bx}{\alpha\beta}$ ist, daß die Strahlen hier eben die Lage haben, wie XII. §. 29. angenommen ist, und daß folglich die Winkel H, I, K, hier eben so, wie dort geschehen, sich bestimmen lassen, daß es auch mit den Oefnungshalbmessern Bq, Cr, Ds, Tt eben die Bewandniß wie XII. §. 30. habe.

Sechstes

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Lorenz, Johann Friedrich, 1738-1807

Die Elemente der Mathematik in sechs Büchern in 6 Büchern mit 1 Anhange

Bd.: Zweyter Theil

Leipzig 1786

Math.u. 110-5
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10594096-1
VD18 14496208-001